

# 18世紀前半のオランダにおける確率論と統計利用の展開

— N. ストリックを中心に —

吉田 忠\*

## 要旨

ホイヘンス『運まかせゲームの計算』（1657）での基本概念のチャンスの価格は、リスクを含む取引の価格に対応する。国を指導したデ・ウィットは国が売り出す一時払い終身年金現在価値をある生命表を前提にチャンスの価格として求めた。また、アムステルダム市長フッデは終身年金記録から得た生命表を彼に提供した（1671）。18世紀前半のストリックは、まず確率論でホイヘンス著書の付録5問をチャンスの価格概念のまま解いた。しかしその著書は終身年金とその他利殖法の比較が次々出てくる実用問題例題集である。一方で、終身年金記録から作った生命表を使って終身年金現在価値を評価し、寿命と終身年金現在価値での男女間格差を初めて指摘した。国家財政から終身年金の現在価値評価を試みたデ・ウィットやフッデのマクロ的数量的分析が文字通りの政治算術であるのに対し、ストリックの市民の利害打算の場におけるミクロ的数量的分析は商業算術と呼ぶべきであろう。

## キーワード

ストリック、チャンスの価格、生命表、終身年金評価、政治算術

### 1. はじめに

古典的確率論の基礎を作ったパスカル＝フェルマーの往復書簡（1654）では、いくつかの賭けの問題が取上げられたが、それらは必ずしも体系的ではなかった。これに対しホイヘンスの『運まかせゲームの計算』（1657）では、まずある前提を基に基本命題が証明され、次にそれを基にしながら諸命題が順に証明されている。このように史上初の確率に関する著作の名に相応しく体系的であるが、そこでの基本概念は「確率」ではなく「チャンスの価格」であった。即ち、起きうる総ての場合の数 $n$ 通りに対しある事象が $r$ 通りで起

きる時のその事象の確率 $r/n$ ではなく、その事象が起きれば $a$ 円が得られ起きなければ $b$ 円が得られる時の $\{ar + b(n-r)\}/n$ をチャンスの価格と呼び、これを基本概念とした。この式は期待値と同じであるが、確率を前提とせずに定義されている限り概念的には別のものである。後述すように、当時西欧で最も繁栄していた通商国家オランダでは、リスクを含む取引（aleatory contractと呼ばれる）が各種保険の形で広まっていたが、その取引契約での価格が即チャンスの価格であったと見る事ができる。このように、体系的でアカデミックな著作であったにもかかわらず、オランダの社会経済を反映したのもであった<sup>1)</sup>。

ホイヘンスに続いたのがデ・ウィットとフッデである。この3人はライデン大学のス

\* 京都大学名誉教授

ホーテン教授のもとで数学を学んだが、生涯研究生を送ったホイヘンスに対し、デ・ウィットは若くして政治家に転じ、独立後多事多難の連邦共和国を指導した。フッデも行政官になり、やがてアムステルダム市長になる。当時、対英仏戦争のための軍備拡充財源として共和国政府が取上げようとしたのが（一時払い）終身年金の発売であった。終身ないし有期での年金制度は、封建社会においても全財産寄進者に対する教会の反対給付等の形で行なわれていた。しかし商業と都市の発展と共に、市民に対する（一時払い）終身年金の発売が都市政府の財源拡充策として始められた。これもまずイタリヤ諸都市で始まったが、やがて15、6世紀以降ネーデルラント諸都市で広く普及した。デ・ウィットは、ある市民が終身年金を購入するのはaleatory contractであり、もし年齢別死亡率（生命表）が使えればその妥当な契約価格をチャンスの価格として求める、と考えた。そしてある生命表と利子率を前提に将来得られる年金を現在価値還元して終身年金の現在価値を求め、それを実際の発売価格と比較してみた（1671）。この現在価値評価に協力したのがフッデであるが、彼はアムステルダム市発売の終身年金記録から生命表を作成している（1671）<sup>2)</sup>。

17世紀半ばのオランダにおける確率論研究と統計利用の実態は以上のようなものであったが、18世紀前半にそれを担ったのがN. ストルイクであった。彼がこれらの蓄積をいかに継承発展させたか、またそこでオランダ的特質がどうなっているか、これを明らかにする事が本稿の課題である。

## 2. N. ストルイクの生涯と業績

N. ストルイクの生涯はあまり詳しく知られていない。仏訳『ストルイク著作集』の序文やK. ピアソン“*The History of Statistics in the 17th and 18th Centuries*”等によると、次

の如くである<sup>3)</sup>。1687年5月19日、アムステルダムの金銀細工師の子として生まれた彼は、富裕な市民だった父のおかげでよい教育を受けた。大学で学んだという記録こそないが、古典語に通じていただけでなく英独仏語で書かれた最先端の数学や物理学の著作を読破理解していた。彼はプロテスタントの再洗礼派であったが、生涯を独身で過ごし、商業数学、会計学、天文学等を教える「教師」として暮した、という。1724年のアムステルダム市での市民登録によると“mathesius (Mathematician)”となっていた。やがてその業績を通して国際的に知られるようになり（あのオイラーとも交流があった）、1749年にはロンドン王立協会の会員、また後にフランス科学アカデミーの会員に選ばれているが、1769年5月15日、アムステルダムで死去した。主著は参考文献にあげた3点（及び仏訳『ストルイク著作集』）であるが、タイトルを邦訳すると次のようになる<sup>4)</sup>。

- A) 『算術及び代数の方法を用いたゲームにおけるチャンスの計算、併せて富くじと利子に関する論文』, 1716。
- B) 『一般地理学入門、併せて天文学及びその他に関する論文』, 1740。
- C) 『彗星の記述、及び整理された諸経験からの人類の状況に関するより詳しい諸発見（続編）、併せて2、3の天文学、地理学、その他に関する考察』, 1753。

著作A)の全文及び著作B)、C)の一部が仏訳『ストルイク著作集』に収められている。なお、著作B)はストルイクの名声を確立した最も重要な著作だと言われているが、その目次は次の通りである。

- [第I部] 1. 一般地理学について。2. 宇宙の全体像（恒星、太陽、地球、…）。3. 地球の各地域（ヨーロッパ、アジア、…）。4. 人間（総数、宗教別・言語別人数）。5. 山岳。6. 鉱山。7. 森林、湿地、砂漠および植物。8. 動物。9. 地球の内面。10. 水面。11. 大

気。12. 地理学の関連する部分。13. 地理学の比較すべき部分。14. 船舶航海。15. 数表(三角関数, 対数)。(以上, 176頁)。

[第II部付論] 1. 彗星に関する一般的知識。2. 木星の軌道。3. 地球の大きさに関する論文。4. 月の大気の研究。5. 月食, 日食の研究。6. 総ての彗星に関する短論。7. 人類の状態に関する諸仮説。8. 終身年金の計算。9. 人類の状態に関する諸仮説と終身年金の計算への補遺。(以上, 392頁)。

見られる通り, ストルイクの「一般地理学」は宇宙の構造, 日月星辰に始まり, 地球に関わる森羅万象総てを包括する壮大なものであるが, その外延の広さに対し体系的が欠落している点は否めない<sup>5)</sup>。加えて, 仏訳『ストルイク著作集』に収録されたのは 第II部付論の7, 8, 9のみであり, 量的には全文568頁中71頁に過ぎない。これは仏訳著作集の編集者が, デ・ウィット, フッデ等の終身年金価額推計と人口統計・生命表に関する研究の継承, 発展を基準において, 著作B)から論文を選択したためであろう。

### 3. ストルイクの業績への評価

ハルトは, ストルイクの確率論の各分野における貢献として, 1. ホイヘンス著書の付録5問の解法, 2. Coincidence, 3. Waldgrave's Problem, 4. Pharaon, 5. Struyck's randomized number of trial, の5つをあげているが, 最大の貢献は1. であろう。なぜなら, 17世紀半ばから一世紀の間, 西欧で確率論研究の推進力となったのはホイヘンス『運まかせゲームの計算』に付録として解法抜きで付せられた5問のより完全な解を求める競争であり, 一般にその貢献者としてJ. ベルヌーイ, モンモール, N. ベルヌーイ, ド・モアヴール等があげられるが, ストルイクの業績は彼らと並ぶものであったからである。なおハルトはその著書で, 上記2-5の4分野でのストルイクの貢献についても頁数を割いている<sup>6)</sup>。

次に人口統計・生命表や終身年金価額推計の分野での評価であるが, まず人口論史研究の第一人者, フランスのJ. デュパキエの著書, “*L'invention de la table de mortalité*” (『生命表の推計』)の目次を見てみよう。I. John Graunt, II. J. Hudde and de Witt, III. Huygens and Leibniz, IV. Halley, V. Kersseboom, Struyck and Deparcieueux, VI. Euler, VII. Wargentin. となっている。すなわち, 生命表の推計は, 18世紀前半, オランダのN. ストルイクとそのライヴァルのケルセボーム, 及びフランスのドゥパルシユーによって担われていた, という事になる<sup>7)</sup>。また, K. ピアソンも先にあげた著書のストルイクに関する部分の末尾で, 次のように述べている。「私の考えでは, ストルイクは人口動態統計の分野でジュースミルヒよりもより重要な先駆者である。…彼がもしイギリス, フランスまたはドイツで生を享けていたならば, 彼の著作の知名度や彼自身への声価は今とは比べものにならないくらい大きくなっていただろう。彼の死の140年後に仏訳著作集が刊行されたことは, 科学史における彼のよりフェアな位置付けを可能とした。」<sup>8)</sup>

要するに, 著書がオランダ語で書かれていた事が彼に低い知名度をもたらした, というわけである。しかしジュースミルヒは『神の秩序』(1741)の「著者序言」で, その刊行の1年前に出たストルイクの著書についてふれている。それは訳書で2頁にわたっているが, おおよそ次のようなものである。「私がこの著作の草稿を完成した時, 二つの新たな著作が現われた。一つは, メイトランド氏の『ロンドン市の歴史』であり, もう一つは1740年にアムステルダムで出たストルイク氏の『地理学入門』(オランダ語)である。(中略) ストルイク氏はドイツ人の間ではほとんど知られていないが, 偉大な数学者・天文学者である。彼は, 先行諸著作にあるデータ, 自ら収集したデータをもとに推計を述べている。

しかし、この著作での彼の主要な意図は、これらの観察を終身年金価額の推計に役立たせようとするところにある。だから私は彼の著作から、終身年金に関する部分を本書に引用した。<sup>9)</sup> 事実その第6章には、ストルイクの性別年齢別死亡率や終身年金現在価額に関する表が多数転載されている。以下、上記の両分野でのストルイクの業績について検討を加えたい。

#### 4. ストルイクの確率論研究

彼の著作A)は、終身年金現在価額や富くじ価格の検討においてチャンスの価格の概念を一貫させている事に見られるように、ホイヘンスの確率論を継承発展させたものである。この点は、彼がホイヘンスの著書付録の5問それぞれに独自の方法で正解を与えた事、特に最後の第5問に完全解を与えた方法が高く評価されている事等にも見られる。しかしホイヘンスと大きく異なるのは、その著書が体系性を欠いている点、極言するとさまざまな問題が難易度の順に並んだ「例題集」のようなものである点である（ホイヘンスの著書付録の5問への解も、あちらこちらで別々に出てくる）。それは、ユークリッドの方法に準ずる形で命題が配列されているホイヘンスの著書とは対照的である。

著作A)の i)「算術の方法によるチャンスの計算」では、運まかせゲームのチャンスの価格が素朴な「場合の数の数え上げ」を始めとする算術の方法で計算され、ii)「代数の方法によるチャンスの計算」では、変数からなる一般式で与えられたチャンスの価格の問題に、順列・組合せ、等比数列の和の公式等の代数的方法を用いて一般解を与えている。しかし、いずれにおいても同種の問題のバージョンアップを次々と並べ、煩瑣膨大な計算をへてその解を求めている。だからこの「例題集」は実際の計算力・応用力を高めるための「実用問題例題集」だ、と言う事ができる。

iii)「代数と算術による富くじと利子の計算」では、運まかせゲームでのチャンスの価格計算そのものが扱われない代わりに、終身年金現在価額や富くじ価格の問題が出てくる。それも終身年金や富くじにおけるチャンスの価格を求める問題だけでなく、各種の終身年金の間での有利性比較や終身年金購入と貸付利子との有利性比較を長期複利計算で求める問題、賞金が5年後、10年後、15年後に分けて支払われる仕組みの富くじで、ある利率の金額が差引かれた賞金を繰上げて受領できる、逆にある利率の金額がプラスされた賞金を繰下げて受領できる場合、ある時点で全額をまとめて受領しようとする時の受領金額を同じく複利計算から求める問題等々が出てくる。

ここで例を一つあげる。年利回り  $r_1$  の終身年金で、毎年の受取額を受取直後に年利率  $r_2$  で複利運用した元利合計が  $n$  年後に、年金購入額を年利率  $r_2$  で複利運用した元利合計と等しくなったとする。その時の元利合計は元金の何倍か。解：年金受取額の複利運用の元利合計は等比数列の和の公式から  $Xr_1\{(1+r_2)^n - 1\}/\{(1+r_2) - 1\}$  である ( $X$  = 年金購入額)。これと  $X(1+r_2)^n$  を等値すると  $(1+r_2)^n = r_1/(r_1 - r_2)$  がえられる<sup>10)</sup>。

このような著作A)の「実用問題例題集」的性格は、「13世紀商業革命」で生まれた市民・商人が必要とした「商業算術」の延長上にあるものだ、と見る事ができる。アカデミズムの中で生まれたホイヘンスの確率論や都市財政の必要から生まれたデ・ウィット、フッデの終身年金・生命表との大きな相異であるが、この点については後にふれる。

ここで、ホイヘンス著書の付録5問から第1問と第5問を取上げ、ストルイクによる解を見てみよう。彼の方法の特色はこれらの問題によく表れているからである。まず第1問、「AとBが2個のサイを投げ、Aが目6を、Bが7を先に出したら勝ちとする。まずAが1回投げ、次にBが2回、Aが2回投げる。以

後両者は交互に2回ずつ投げる。AとBのチャンスの価格を求めよ。」である<sup>11)</sup>。

算術的方法 A, Bの投げる順番を(A1), (B1), (B2), (A2), (A3), (B3), (B4)…, それぞれでのチャンスの価格をE(A1), E(B1), E(B2), E(A2), E(A3), E(B3), E(B4)…とする。各回でAが目の和6を出す場合の数は36中5通り, Bが7を出すのは36中6通りである。Aが最初に勝って得る賞金を1とする。ストロイクはまず(B1)からのゲーム(B1), (B2), (A2), (A3)…を考えそこでの両者のチャンスの価格の比を求める。このゲームの最初の(B1)でBが得る賞金は, (A1)でのAの賞金1からそこでのAのチャンスの価格E(A1)引いた額である。これをXとおく(X=31/36)。このように各回で勝者が得る賞金は, その前回の賞金からそこでのチャンスの価格を引いた額である。

(B1)	(B2)	(A2)
6-X	6-{X-(6/36)X}	5-(25/36)X
30-0	30-0	31-0
E(B1)=(6/36)X	E(B2)=(5/36)X	E(A2)=(125/1296)X
(A3)	…	
5-(775/1296)X		
31-0		
E(A3)=(3875/46656)X…		

これを続けると, (n=1,2,…) に対し, {E(B(n))+E(B(n+1))}/{E(A(n+1))+E(A(n+2))}が一定である事が知られる。すなわち, {E(B1)+E(B2)}/{E(A2)+E(A3)}=14256/8375は, (B1)から始まるゲームでのAとBとのチャンスの価格の比である。従って, Bのチャンスの価格は, 14256/(14256+8375)=14275/22631となる。また第1問そのものは, Aが1回負けた上でこのゲームを行う場合になるから, そこでのBのチャンスの価格は, (31/36)×(14275/22631)=12276/22631となる。

代数的方法 まずXがi回, Yがk回サイを投げ, 続いてXがr回, Yがs回投げる。以後

はこのr回, s回のサイ投げを繰返すとした時, 賞金額を1円とするXのチャンスの価格E(X)を求める。XとYが各回のサイ投げで負けるチャンスの大きさをa, bとする。Xのチャンスの価格E(X)は, 次のような無限等比数列の和として得られる。

$$E(X) = (1-a^i) + a^i b^k (1-a^r) + a^i b^k a^r b^s (1-a^r) + a^i b^k a^{2r} b^{2s} (1-a^r) + \dots = (1-a^i) + a^i b^k (1-a^r) \{1 + a^r b^s + a^{2r} b^{2s} + \dots\} = (1-a^i) + \{a^i b^k (1-a^r)\} / (1-a^r b^s)$$

この公式を第1問に適用する時は, Y, X, X, Y, Y, …とせねばならぬから, Y=A, X=Bであり, i=0, k=1, r=2, s=2, a=30/36=5/6, b=31/36となる。これらを代入すると, E(X)=E(B)=12276/22631となる。以上, ストロイクはその方法でチャンスの価格の概念を一貫させている。

次に, ホイヘンス付録第5問は, 「A, Bがそれぞれ12個のコインを持ち, 3個のサイを順に投げる。目の和11が出る度にAはBにコイン1個を与え, 14が出る度にBはAにコイン1個を与える。先に相手のコインを総て手に入れた方が勝ちとする時, 両者のチャンスの価格の比を求めよ。」であり, 「破産問題」と呼ばれる<sup>12)</sup>。

算術的方法 ここでのストロイクの方法は巧妙であるが, 同時に複雑なので, ここではその要点のみを述べる。まずBがコインを1枚しか持たぬ時のチャンスの価格を1とし, 9:5の勝ち目で次々と手持ちのコイン枚数を増加させた場合, それぞれの枚数におけるチャンスの価格を求める。そしてその増加分が公比5/9の等比数列になる事を見出す。それを使ってBの手持ち枚数が24枚の時, 即ちAを破産させる時のチャンスの価格に対する12枚所持の時のチャンスの価格の比を求め, それが9<sup>12</sup>/(9<sup>12</sup>+5<sup>12</sup>)となる事を示した。即ち, AとBが12枚を所持する時のチャンスの価格の比は, 5<sup>12</sup>:9<sup>12</sup>になる。この方法は, 基本的に第1問の算術的方法と共通する。し

かし、等比数列の和の公式が使われている。

代数的方法 Aはコインをr枚持っておりb通りで勝つとし、Bはs枚持っていてc通りで勝つとする。r+s=dとする。Aがコインを1, 2, 3枚持つ時のチャンスの価格をx, z, yとすると、次のようになる。

$$x = \{b/(b+c)\}z + \{c/(b+c)\}0 \quad (1)$$

$$z = \{b/(b+c)\}y + \{c/(b+c)\}x \quad (2)$$

(1)から

$$z = x + (c/b)x$$

(1)を(2)に入れる。

$$y = x + (c/b)x + (c/b)^2x$$

これを繰り返すと各所持枚数でのAのチャンスの価格は、次のようなxの関数になる。

所持枚数 チャンスの価格

1	x
2	$x + (c/b)x$
3	$x + (c/b)x + (c/b)^2x$
4	$x + (c/b)x + (c/b)^2x + (c/b)^3x$
...	
r	$x + (c/b)x + (c/b)^2x + \dots + (c/b)^{r-1}x$ $= \{1 - (c/b)^r\} / \{1 - (c/b)\}$
r+s	$x + (c/b)x + (c/b)^2x + \dots + (c/b)^{r+s-1}x$ $= \{1 - (c/b)^{r+s}\} / \{1 - (c/b)\}$

r枚の右辺をr+s枚の右辺で割るとチャンスの価格全体でのAの取分が得られる。またそれを1から引くとBの取分がえられる。

$$A \text{の取分} = \{b^r(b^r - c^r)\} / \{b^d - c^d\}$$

$$B \text{の取分} = \{c^r(b^s - c^s)\} / \{b^d - c^d\}$$

もしs=rならば、Aの取分 : Bの取分 =  $b^r : c^r$ となる。

ここでも第1問の代数的方法と同じく、等比数列の和の公式を使って求めた一般式を問題に適用している。ここで注目したいのは、後世この解法に「差分方程式の解法の適用」という評価が与えられている事である。それを指摘するのはハルトと安藤洋美氏である<sup>13)</sup>。

r枚所持のチャンスの価格をE(r)とすると、次の2階線形差分方程式が得られる。

$$E(r) = \{b/(b+c)\}E(r+1) + \{c/(b+c)\}E(r-1)$$

これを次の形に変えた上、rに順次小さい数を入れていく。

$$\begin{aligned} E(r+1) - E(r) &= (c/b)\{E(r) - E(r-1)\} \\ &= (c/b)^2\{E(r-1) - E(r-2)\} \\ &\dots \\ &= (c/b)^r E(1) \quad \text{ただし } E(0) = 0 \end{aligned}$$

一方、 $E(r) = \{E(r) - E(r-1)\} + \{E(r-1) - E(r-2)\} + \dots + \{E(1) - E(0)\}$ だから、

$$\begin{aligned} E(r) &= (c/b)^{r-1}E(1) + (c/b)^{r-2}E(1) + \dots \\ &\quad + (c/b)^0E(1) \\ &= E(1) \{[1 - (c/b)^r] / [1 - (c/b)]\} \end{aligned}$$

となる。即ち、先の、コインをr枚所持でのチャンスの価格を逐次求め、そこで得られた等比数列の和を求めるストルイクの方法と結果的に一致する。

以上、ストルイクによるホイヘンスの付録第1, 第5問の解法を見てきた。彼は、ホイヘンス以後に発展した代数学の方法を利用して第5問に完全な解を与えた。その業績は、J. ベルヌーイ、モンモール、N. ベルヌーイ、ド・モアヴールらと比肩しうるものである。

## 5. ストルイクの人口統計・終身年金研究

ストルイクの第2の研究分野である人口統計・生命表や終身年金の問題は、著作A iii)でも一部扱われているが、主に著作B)と著作C)とで扱われている。ここでは、著作B) i) 人類の状態に関する諸仮説で主に扱われている人口統計一般と、ii) 終身年金の計算とiii) 補遺で主に扱われている生命表及び終身年金とに分けて検討したい。

1) 人口統計 ストルイクはi) 人類の状態に関する諸仮説を、そのタイトルにある「仮説」の説明から始める。「私はこの研究を仮説と呼びたい — その不確実さをもって。事実、われわれはいろいろな事をほとんど知らない。われわれは、各地域に関する十分な観

察を手にしていないのだ。」実証なしに理論として主張すればそれはドグマに過ぎないが、「われわれが手にしている少数の観察を使って推量する事は可能であり、それが全くの役立たずだという事はない。」しかし、それは仮説にとどまっている事をわきまえていなければならない<sup>14)</sup>。これを読む者は、F. ベーコンらのイギリス経験論哲学の認識論を基盤に経験的な諸資料から数量的規則性を帰納しようとしたペティ、グラントの政治算術の方法を想起するであろう。ストルイクは、政治算術の方法だけでなくその認識論的基盤をも英国から学んでいたのである。

しかしロンドンでの「死亡表」の分析に集中できたグラントと異なり、世界の地域・国・大都市の人口現象を対象にしようとするストルイクは、当然ながらそのための確実に信頼できる資料を手にする事はできなかった。まず静態人口である。当時のヨーロッパでは各種の人口推計が行なわれていたが、地域的時代的に断片的であり、その推計方法も曖昧なものが多く統一性を欠いていた。ヨーロッパ以外の地域・国に関しては旅行・滞在の見聞記の類に頼らざるを得ない。このような不十分な資料に基づいて行ったストルイクの人口推計を、K. ピアソンは“the crudest guessing”と呼んでいる<sup>15)</sup>。従ってストルイクの人口統計では、ヨーロッパ諸都市での資料を基にした人口動態に関する「仮説の発見」に高い評価が与えられている。当時のヨーロッパでは、教会の洗礼・埋葬記録や終身年金購入者記録等で数多くの人口動態に関する資料が利用可能となっていた。

そこで見出された主要な「仮説」であるが、まず年間の出生数と死亡数とのバランスである。彼は、正常な状態では常に前者が後者を上回るが、伝染病や戦争という異常事態で死者が急増し、長期的には各国人口はほぼ一定になる、と見た。そして、長期的な人口増加は国土を人々で埋め尽くして多数の餓死者を

生み出すし、逆の人口減少は国土の過疎化を生み出す — これらは、創造主の望むところではない、と主張した<sup>16)</sup>。この点、資料から見出した人口の恒常的な増加傾向を創世記の「生めよ殖やせよ地に充てよ」と結びつけたジュースミルヒとは対照的であり、マルサス「人口論」との関連を指摘する事もできよう。

次に、彼の年齢別死亡率即ち生命表である。彼は、ロンドンでの1731-1737年の10才間隔の死亡数から始めて、メイトランドやハレーの生命表を検討する。しかし、自ら作成した生命表は後で示すと述べて、検討の結論を後回しにする（それは、iii)補遺で示される終身年金購入者からの性別年齢別死亡率であろう）。続けて、主要各都市での出生児性比を示し、それが女兒100に対し男児104-108となっていて男児が多い事を指摘する。しかし一方で、より多く生まれる男性は女性よりもより多く死んでいる事、特に出生直後から乳児期その死亡率がより高い事（また死産も男児がより多い事）等が指摘される<sup>17)</sup>。これらストルイクが見出した「仮説」に対しK. ピアソンは、第二次資料の利用が多い事を指摘しつつも、乳児期男児の高い死亡率を見出した事といくつかの都市で宗教の宗派別信者数の表を作成しようとした事が、特にストルイクの独創的な貢献であるとする<sup>18)</sup>。しかし、K. ピアソンはストルイクを人口動態に関してジュースミルヒに優ると述べた事を考えると、この評価は少し偏狭ではないか。またストルイクの宗派別信者数に対する関心は、彼が宗教に寛容であったオランダに生まれた事と無関係ではないであろう。

2) 生命表及び終身年金 ストルイクはii)終身年金の計算の節を、「人類の死亡の法則を知る事は、それが確かなものである限り極めて有用なものとなり得る。もし、これまでにその法則をより良く知り得ていたならば、終身年金の価額はより安いものになっていたであろう。」という文章で始め、続けてデ・

ウィットの業績を紹介する<sup>19)</sup>。だから人は、その後すぐに信頼できる生命表の作成の問題に入るだろう考える。しかしストリックは、ある生命表、年金利回り、一般利子率等を仮定して終身年金の現在価額の推計から始める。そしてその近似値を簡単な演算から求める「簡便法」が示される。さらに先に見たような終身年金購入とその他各種の資金運用との有利性比較の問題、年金利回りを年齢段階で漸増させる各種の年金の比較問題等を取上げる。このように問題の取上げ方に一貫性を欠いているが、ここでも著作Aの「実用問題例題集」と同様な性格を読取る事ができよう。

この商業算術的問題がしばらく続いた後、突然（と言ってよいような形で）、表1のような10000人から始まる5歳階級別の生存者数が現われる。この生命表はその作成方法の説明が示されていないのでケルセボームから偽造だと非難された、という<sup>20)</sup>。その詳細な作成方法が分れば、そして正確であったならば、貴重な生命表であると言える。しかしストリックは再び終身年金をめぐる商業算術の問題に戻ってしまう。さらにこの章の最後の部分では、純粋なチャンスの計算の問題が取上げられている。終身年金をめぐる商業算術の問題を解いている途中、彼は、信頼できる生命表を得るためには膨大な死者数の記録を持つ終身年金の記録簿を利用する他はないと述べる。しかし、それが実際に行なわれるの

はiii)節においてである。

iii)補遺の冒頭で、彼は具体的な終身年金記録から作成された性別年齢別生存者数を初めて提出する。それは、1672年7月、1673年1月に発売された終身年金記録にある男性807人、女性891人を基に作成されたものである。まず、全体として女性が長生きである事等を指摘した後、男性794人、女性876人に関して5才間隔別の生存数が2枚の表で示される（表2、ただし男性の部のみを示した）。本来なら、終身年金現在価額算出に必要な年齢別死亡数（または生存者数）をこの表から作成し、それを作成方法と共に示すべきであろう。しかし、ストリックは先に性別年齢別の終身年金現在価額を表示し、その後で性別年齢別生存者数を示している。表3が5才以上の男性の年齢別生存者数であるが、ストリックは「表2の数字から導出した」と述べるのみで、その作成方法の説明はない。しかしこの表では、次のようにある年齢区間の間で年間死者数が一定とされている。だから、5才間隔の表2を「平滑化」する事で各年の生存者数を示す表3が作られたと見る事ができよう。

15-20才 7人, 20-25才 8人,  
25-32才 9人, 32-42才 10人,  
42-47才 11人, 47-58才 12人,  
58-63才 11人

ストリックはこの生命表を基に、年給付額

表1 10000人の生命表

年齢	生存者	死者	年齢	生存者	死者	年齢	生存者	死者
5	9337	663	35	5160	724	65	1193	548
10	8719	618	40	4440	726	70	725	468
15	8060	659	45	3710	730	75	360	365
20	7352	708	50	3009	701	80	127	233
25	6618	734	55	2350	659	85	25	102
30	5890	728	60	1741	609	90	0	25

(出所) 参考文献[10]p.201



表2 終身年金購入者記録による男子794人の寿命

De 0 à 4 ans	De 5 à 9 ans	De 10 à 14 ans	De 15 à 19 ans	De 20 à 24 ans	De 25 à 29 ans	De 30 à 34 ans	De 35 à 39 ans	De 40 à 44 ans	De 45 à 49 ans	De 50 à 54 ans	De 55 à 59 ans	De 60 à 64 ans	De 65 à 69 ans	De 70 à 74 ans	De 75 à 79 ans	De 80 à 84 ans	De 85 à 89 ans	De 90 à 94 ans	De 95 à 99 ans
100	95 110	91 107	87 100	78 98	68 95	64 89	58 80	50 65	41 62	36 52	27 33	18 22	15 16	8 12	4 6	2 3	1		
	205	198 108	193 104	176 97	163 90	153 84	138 79	115 73	103 59	88 50	60 41	40 28	31 16	20 11	10 5	5 3	1 1		
	306	297 68	273 67	253 63	237 56	217 51	188 49	162 44	138 33	101 21	68 13	47 8	31 6	15 2	8 1	2			
	365	340 65	316 61	293 56	268 52	237 44	206 37	171 31	122 24	81 18	55 14	37 9	17 4	9 2	2				
	405	377 50	347 49	320 46	281 43	243 34	202 30	146 27	99 20	69 15	46 11	21 6	11 3	2					
	427	396 48	366 45	324 40	277 34	232 30	173 23	199 17	84 11	57 9	27 6	14 4	3						
	444	411 26	364 23	311 18	262 13	196 13	136 11	95 5	66 3	33 2	18 5	1							
	437	387 53	329 52	280 44	209 31	149 21	106 16	71 11	36 5	20 4	5 3	1							
	440	381 52	324 48	240 36	170 31	122 21	82 12	41 4	24 2	8 1	2								
	433	372 43	276 36	201 29	143 20	94 15	45 10	26 7	9 4	2									
	415	312 20	230 19	163 12	109 9	55 6	33 2	13 3	3										
	332	249 16	175 16	118 10	61 6	35 2	13 3	3											
	265	191 8	128 7	67 4	37 3	13 2	3												
	199	135 20	71 15	40 7	15 2	4 1	1												1
	155	86 7	47 5	17 1	5 1	1													1
	93	52	18	6	1														1

(注) 表頭に続く第一行は、0歳から4歳末の間 (De 0 a 4 ans) の男子100人に終身年金が購入されたが、5年の間に5人が死んで5歳から9歳末の男子95人が存命、さらに次の5年の間に4人が死んで10歳から14歳末の男子91人が存命、以下同様に見ていく。第2行は、5歳から9歳末の間の男子110人に終身年金が購入されたが、5年の間に3人が死んで10歳から14歳末の男子107人が存命、以下同様に見ていく。第3行は、5歳から9歳末の男子の存命者は合計205人、10歳から14歳末の存命者は(9歳末までに購入された男子に限ると)合計198人と見ていく。ただし第4行に見られるように10歳から14歳末の間の男子108人に終身年金が購入されたので、10歳から14歳末の男子の存命者は合計306人となる(第5行の最初の数字)。このように各行の最初の数字が各年齢間隔での生存者数になる。

(出所) 参考文献[10]p.214

100fl. (ただし国への税金20fl. が差引かれるので手取り額は80fl.) の終身年金に関し、給付額を年利率2.5%の複利で現在価還元してその現在価額を求めた(表4)。この表に見られるように、男女間の大きな死亡率格差を含む生命表を基に終身年金の現在価額を推計

すると、そこに大きな男女間格差が表れる。その格差は30台から60台前半まで10%を超える(ピークは50台前半の14.8%)。この終身年金の現在価額における性別格差の指摘がストルイクの終身年金研究における最大の功績だと評価される場合が多い。確かに、男女

表3 年齢別生存者数 (男性の部)

年齢	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
生存者数	710	697	688	681	675	670	665	660	654	648	642	635
年齢	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
生存者数	628	621	614	607	599	591	583	575	567	558	549	540
年齢	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
生存者数	531	522	513	504	494	484	474	464	454	444	434	424
年齢	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52
生存者数	414	404	393	382	371	360	349	337	325	313	301	289
年齢	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64
生存者数	277	265	253	241	229	217	206	195	184	173	162	152
年齢	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76
生存者数	142	132	123	114	105	97	89	82	75	68	61	54
年齢	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88
生存者数	48	43	38	33	29	25	22	19	16	13	10	8
年齢	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
生存者数	6	4	3	2	1							

(出所) 参考文献[10]p.231

表4 終身年金の現在価額

年齢	男性 (A)	女性 (B)	(B - A)/A
5 - 9才	1823fl.	1931fl.	0.059
10 - 14	1714	1840	0.074
15 - 19	1608	1733	0.078
20 - 24	1504	1630	0.084
25 - 29	1401	1533	0.094
30 - 34	1291	1438	0.114
35 - 39	1184	1328	0.122
40 - 44	1069	1203	0.125
45 - 49	955	1077	0.128
50 - 54	840	964	0.148
55 - 59	756	851	0.126
60 - 64	661	733	0.109
65 - 69	575	616	0.071
70 - 74	481	493	0.025

(出所) 参考文献[10]p.218, 221

別の終身年金購入記録から作成した生命表を基に具体的な終身年金の現在価額を性別年齢別に推計した業績は大きい。しかし彼はそれだけでなく、各種条件の終身年金での現在価額の比較や資金運用における終身年金購入と貸付利子との比較等の問題を煩瑣膨大な計算から求めていた事を見落とすべきではない。

他方でストロイクは、終身年金記録から作られた生命表には偏りがある事に気付いていた。それは人間の出生から死亡までを見ない事、病弱者には普通終身年金を購入しない事等による。またそれは、死亡率の高い年少者の記録が絶対的に少ないという限界を持つ<sup>21)</sup>。そこでiii)補遺の最後で彼は、1700-1800人の人口をもつBroek-in-Waterlandというオランダの小村で1654-1738年という長期間にわたって記録された人口数とその構成、出生・死亡等の人口動態の記録を利用しようとする。そこで集計整理されたデータから普遍的な人口動態の諸係数を求めようとしたのである。しかし全体に対する地域の代表性から見ても、望むような成果が得られなかったのは当然であった。

## 6. むすびに代えて

ここで、イタリアに始まる「13世紀商業革命」に伴う算数教室、算数書、算数教師の普及についてふれたい<sup>22)</sup>。この商業革命では、商品を持って各地を旅する遍歴商人から、都市に住み、物流は代理者・専門業者に担当させ、仕入・販売の決定、代金決済等の商流部面を専ら担う定住商人へと移行する。そこでは代金決済や金融等に始まって高度の商業算術の必要性が増大した。14, 5世紀のイタリアでは、7歳頃からの「手習い教室」に続く2年間の「算数教室」が商人・職人の子弟の間に広まった。一方で、算数書（四則・比例に始まり、度量衡・利息計算・交換比率・利益配分等に至る俗語・粗製の教本）と商人・職人出身の算数教師が多数現われた。その算

数書の集大成がルカ・パチョーリ『算術大全』である。その内容は、第1章算術と代数、第2章商業実務へのその応用、第3章簿記等であり、複式簿記やイスラム伝来の代数が実用的に組み込まれていた。やがて商業革命はアルプスを越え、14, 5世紀にはネーデルランド南部が中心になる。しかし1581年の北部7州の独立戦争開始と共に繁栄の中心は北部へ移動し、16世紀後半にはホラント州のアムステルダムが国際貿易の中心拠点になった。それに伴い、ここでも算数教室、算数書、算数教師が多数現われるようになる。

以上、山本義隆氏の新著から商業革命に伴う算数教育の発展を見てきたが、オランダにおける商業算数はさらなる特質を持っている。一つは、これも地中海貿易から生まれた海上保険（その原型は、金主が航海者に高利で貸付け、航海が成功した時だけ元利の返済を受ける「海上貸借」）が16, 7世紀にネーデルランドで広く普及した事、例えばロッテルダムで17世紀初頭に最初の海上保険取引所が開設された事である<sup>23)</sup>。このaleatory contractの商業への導入は、当時ギャンブルゲームを素材に発展しつつあったチャンスの価格の計算（確率計算）への関心を商業算数で高める事になった。しかし実際にチャンスの価格の計算が財やサービスの売買に導入されるのは、終身年金の売買価格の算出においてであった。

既述したように、中世封建社会にも見られた終身年金制度は、商業と都市の発展と共に都市財政の財源として市民へ販売されるようになる。これも、最初はイタリア諸都市に始まったが、やがて15, 6世紀以降特にオランダ諸都市で広く普及した。なお富くじの販売も都市財政上の目的でなされた。市民が相続や利殖の手段として終身年金を購入するようになる、その相対的有利性に関する関心が高まっていく。もし年齢別死亡率が得られたならば、比較の基準となる現在価額が計算可能となる。加えてオランダでは16世紀から

終身年金購入者記録が蓄積されていた。こうして商業算数の中で、チャンスの価格や人口統計が取上げられるようになった。

このような状況のオランダにおいて、ストルイクの確率論・人口統計・終身年金の研究はどうか位置付けられるだろうか。もしチャンスの価格の計算が、ある利回りや利子率での終身年金の正確な現在価額の推計にとどまるならば、それを最も有効に利用できるのは、終身年金を発売する国や地方政府の財政に責任を持つ政治家・行政官であろう。これこそデ・ウィットやフッデの立場であった（尤もデ・ウィットには終身年金購入者への配慮も見られたが）。そしてこのような財政等の諸政策の立案・評価のために量的資料を整理分析する方法こそ、文字通り「政治算術」の名

に相応しいように思われる。一方、ストルイクの業績における「実用問題例題集」の側面は、一般の市民・商人の利害打算に関わる場で（政治算術がマクロの場で問題をとらえていたのに対し、ミクロの場で）量的資料を整理分析しようとする方法である。これは、13世紀商業革命後に現われた算数書の流れに沿うものである、と見る事ができる。その意味で、「商業算術」と呼びうるものではないだろうか。正確には、16、7世紀に飛躍的に発展した代数学、確率論を踏まえたより高い水準での「商業算術」である。またそれは英国に生まれた「政治算術」の一つの形態であり、国際政治の表舞台から去った18世紀オランダの生んだ一つの形態であった、と見る事ができる。

## 注

- 1) 吉田 忠(2005). 参照。
- 2) 吉田 忠(2006B). 参照。
- 3) K. Pearson (1968), Struyck (1912), Kelp and Stamhuis(ed.) (2002). 参照。
- 4) Struyck (1716), Struyck (1740), Struyck (1753), Struyck (1912). 参照。
- 5) Kelp and Stamhuis(ed.) (2002)では, ZuidervaartがEarly Quantification of Scientific Knowledge: N. Struyck as a Collector of Empirical Dataというタイトルでストルイクを取上げ, 自然・社会に関して多数の経験的な標本・事例等を収集し, そこに何らかの数量的パターンを検出しようとする18世紀特有のmixed mathematicsの流れの中にあった事, また彼が特にハレーからの強い影響に基づいて彗星と人口統計の研究に向かった事を指摘している。pp.125-148.
- 6) Hald (1990). p.394. ハルトは, Coincidence, Waldgrave's Problem, Pharaon, Struyck's randomized numberのそれぞれに関するストルイクの業績について, p.335, 379, 302, 216. でふれている。
- 7) Dupâquier (1996). 参照。
- 8) K. Pearson (1968). p.347.
- 9) ズュースマルヒ (1741). 12-13頁。
- 10) Struyck (1912). pp.132-33. なお, このiii)のタイトルに「利子」が使われているのは, このように複利計算が数多く使われているためであろう。また, ストルイクが「会計学者」とされる場合も, 同じ理由によるものと思われる。
- 11) Struyck (1912). 算術的方法はpp.32-34, 代数的方法はpp.61-62を参照。
- 12) Struyck (1912). 算術的方法はpp.40-42, 代数的方法はpp.108-109を参照。なお, ホイヘンス著書の付録5問のそれぞれに対する各種解法については吉田 忠 (2006A). 131-140頁を参照。
- 13) Hald (1990). p.203, 安藤洋美 (1992). 86頁。両者は2階線形差分方程式を同じく逐次代入法で解いている。
- 14) Struyck (1912). p.165.
- 15) K. Pearson (1968). p.335.
- 16) Struyck (1912). pp.174-175.
- 17) Struyck (1912). pp.176-187.

- 18) K. Pearson (1968). p.340.
- 19) Struyck (1912). p.194.
- 20) Dupâquier (1996). p.95.
- 21) Struyck (1912). p.217, ただし, 偏りの方向と大きさにはふれていない。
- 22) 以下, 13世紀商業革命とその結果としての算数教室, 算数書, 算数教師の出現については, 山本義隆 (2007). による。
- 23) ブラウン (1983). p.97.

#### 参考文献

- [ 1 ] 安藤洋美 (1992). 『確率論の生い立ち』, 現代数学社.
- [ 2 ] ブラウン (1983). 水島一也訳『生命保険史』, 明治生命100周年記念刊行会.
- [ 3 ] Dupâquier (1996). *L'invention de la table de mortalité*, Paris
- [ 4 ] Hald (1990). *A History of Probability and Statistics and their Application before 1750*, N.Y.
- [ 5 ] Kelp and Stamhuis (ed.) (2002). *The Statistical Mind in a Pre-Statistical Era: The Netherlands 1750-1850*, Amsterdam.
- [ 6 ] K. Pearson (1968). *The History of Statistics in the 17 th and 18 th Centuries*, London.
- [ 7 ] Struyck (1716). *Uytrekening der Kansen in het Speelen, door de Arithmetica en Algebra, beneevens eene Verhandeling van Looterijen en Interest*, Amsterdam.
- [ 8 ] Struyck (1740). *Inleiding tot de algemeene Geografie, beneevens eenige sterrekundige en andere Verhandelingen*, Amsterdam.
- [ 9 ] Struyck (1753). *Vervolg van de Beschrijving der staartsterren, en nadere Ontdekkingen omtrent den Staat van het menschelijk Geslat, uit Ondervindingen opgemaakt, beneevens eenige sterrekundige, aardrijkskundige en andere Aanmerkingen*, Amsterdam.
- [10] Struyck (1912). *Les Oeuvres de Nicolas Struyck*, Amsterdam.
- [11] ズュースミルヒ (1741). 高野・森戸訳『神の秩序』(統計学古典選集復刻版第3巻), 第一出版(株).
- [12] 山本義隆 (2007). 『16世紀文化革命 1』, みすず書房.
- [13] 吉田 忠 (2005). 「C. ホイヘンス『運まかせゲームの計算』について」経済統計学会『統計学』88号.
- [14] 吉田 忠 (2006A). 「17世紀後半のオランダにおけるフランス確率論の展開 — パスカル=フェルマーからホイヘンス, フッデヘー —」『京都橘大学研究紀要』第32号.
- [15] 吉田 忠 (2006B). 「17世紀オランダにおける終身年金現在価値の評価問題 — 「チャンスの価格」と「生命表」の利用をめぐる —」『追手門経済論集』第41巻第1号.

## Development of Probability Theory and Utilization of Statistical Data in the Netherlands in the First Half of the 18th Century, focusing on N. Struyck

Tadashi YOSHIDA

### Summary

Contrary to the problems discussed by Pascal and Fermat, Huygens' *On Reckoning at Games of Chance* was systematic analysis in which each theorem was proved on the basis of the former ones. But the keyword was "value of chance" which meant "price of aleatory contract". De Witt, the leader of the Republic tried, by utilizing the value of chance, to evaluate life annuities which were sold to people by government to increase its revenue. Hudde, mayor of Amsterdam, supported De Witt's calculations and gave him a life table made from life annuities. Following them, the research in these fields was borne by Struyck. He solved perfectly 5 unsolved problems included in Huygens' book, but Struyck also added many practical problems comparing profitability of life annuities and other various money-making schemes in his book. Turning to vital statistics, he found that females lived longer than males, and values of life annuities for females should be higher than those for males. In this field, he kept the view point of the buyer of life annuities, while De Witt and Hudde who were concerned with fiscal policies kept the view point of the seller. Their calculations were suitable to be named "Political Arithmetic", and Struyck's one to be named "Commercial Arithmetic".

### Key Words

Struyck, Value of Chance, Life Table, Evaluation of Life Annuities, Political Arithmetic

ホーテン教授のもとで数学を学んだが、生涯研究生を送ったホイヘンスに対し、デ・ウィットは若くして政治家に転じ、独立後多事多難の連邦共和国を指導した。フッデも行政官になり、やがてアムステルダム市長になる。当時、対英仏戦争のための軍備拡充財源として共和国政府が取上げようとしたのが（一時払い）終身年金の発売であった。終身ないし有期での年金制度は、封建社会においても全財産寄進者に対する教会の反対給付等の形で行なわれていた。しかし商業と都市の発展と共に、市民に対する（一時払い）終身年金の発売が都市政府の財源拡充策として始められた。これもまずイタリヤ諸都市で始まったが、やがて15、6世紀以降ネーデルラント諸都市で広く普及した。デ・ウィットは、ある市民が終身年金を購入するのはaleatory contractであり、もし年齢別死亡率（生命表）が使えればその妥当な契約価格をチャンスの価格として求める、と考えた。そしてある生命表と利子率を前提に将来得られる年金を現在価還元して終身年金の現在価額を求め、それを実際の発売価格と比較してみせた（1671）。この現在価額評価に協力したのがフッデであるが、彼はアムステルダム市発売の終身年金記録から生命表を作成している（1671）<sup>2)</sup>。

17世紀半ばのオランダにおける確率論研究と統計利用の実態は以上のようなものであったが、18世紀前半にそれを担ったのがN. ストルイクであった。彼がこれらの蓄積をいかに継承発展させたか、またそこでオランダ的特質がどうなっているか、これを明らかにする事が本稿の課題である。

## 2. N. ストルイクの生涯と業績

N. ストルイクの生涯はあまり詳しく知られていない。仏訳『ストルイク著作集』の序文やK. ピアソン“*The History of Statistics in the 17th and 18th Centuries*”等によると、次

の如くである<sup>3)</sup>。1687年5月19日、アムステルダムの金銀細工師の子として生まれた彼は、富裕な市民だった父のおかげでよい教育を受けた。大学で学んだという記録こそないが、古典語に通じていただけでなく英独仏語で書かれた最先端の数学や物理学の著作を読破理解していた。彼はプロテスタントの再洗礼派であったが、生涯を独身で過ごし、商業数学、会計学、天文学等を教える「教師」として暮した、という。1724年のアムステルダム市での市民登録によると“mathesius (Mathematician)”となっていた。やがてその業績を通して国際的に知られるようになり（あのオイラーとも交流があった）、1749年にはロンドン王立協会の会員、また後にフランス科学アカデミーの会員に選ばれているが、1769年5月15日、アムステルダムで死去した。主著は参考文献にあげた3点（及び仏訳『ストルイク著作集』）であるが、タイトルを邦訳すると次のようになる<sup>4)</sup>。

- A) 『算術及び代数の方法を用いたゲームにおけるチャンスの計算、併せて富くじと利子に関する論文』, 1716。
- B) 『一般地理学入門、併せて天文学及びその他に関する論文』, 1740。
- C) 『彗星の記述、及び整理された諸経験からの人類の状況に関するより詳しい諸発見（続編）、併せて2、3の天文学、地理学、その他に関する考察』, 1753。

著作A)の全文及び著作B)、C)の一部が仏訳『ストルイク著作集』に収められている。なお、著作B)はストルイクの名声を確立した最も重要な著作だと言われているが、その目次は次の通りである。

- [第I部] 1. 一般地理学について。2. 宇宙の全体像（恒星、太陽、地球、…）。3. 地球の各地域（ヨーロッパ、アジア、…）。4. 人間（総数、宗教別・言語別人数）。5. 山岳。6. 鉱山。7. 森林、湿地、砂漠および植物。8. 動物。9. 地球の内面。10. 水面。11. 大

気。12. 地理学の関連する部分。13. 地理学の比較すべき部分。14. 船舶航海。15. 数表(三角関数, 対数)。(以上, 176頁)。

[第II部付論] 1. 彗星に関する一般的知識。2. 木星の軌道。3. 地球の大きさに関する論文。4. 月の大気の研究。5. 月食, 日食の研究。6. 総ての彗星に関する短論。7. 人類の状態に関する諸仮説。8. 終身年金の計算。9. 人類の状態に関する諸仮説と終身年金の計算への補遺。(以上, 392頁)。

見られる通り, ストルイクの「一般地理学」は宇宙の構造, 日月星辰に始まり, 地球に関わる森羅万象総てを包括する壮大なものであるが, その外延の広さに対し体系的が欠落している点は否めない<sup>5)</sup>。加えて, 仏訳『ストルイク著作集』に収録されたのは 第II部付論の7, 8, 9のみであり, 量的には全文568頁中71頁に過ぎない。これは仏訳著作集の編集者が, デ・ウィット, フッデ等の終身年金価額推計と人口統計・生命表に関する研究の継承, 発展を基準において, 著作B)から論文を選択したためであろう。

### 3. ストルイクの業績への評価

ハルトは, ストルイクの確率論の各分野における貢献として, 1. ホイヘンス著書の付録5問の解法, 2. Coincidence, 3. Waldgrave's Problem, 4. Pharaon, 5. Struyck's randomized number of trial, の5つをあげているが, 最大の貢献は1. であろう。なぜなら, 17世紀半ばから一世紀の間, 西欧で確率論研究の推進力となったのはホイヘンス『運まかせゲームの計算』に付録として解法抜きで付せられた5問のより完全な解を求める競争であり, 一般にその貢献者としてJ. ベルヌーイ, モンモール, N. ベルヌーイ, ド・モアヴール等があげられるが, ストルイクの業績は彼らと並ぶものであったからである。なおハルトはその著書で, 上記2-5の4分野でのストルイクの貢献についても頁数を割いている<sup>6)</sup>。

次に人口統計・生命表や終身年金価額推計の分野での評価であるが, まず人口論史研究の第一人者, フランスのJ. デュパキエの著書, “*L'invention de la table de mortalité*” (『生命表の推計』)の目次を見てみよう。I. John Graunt, II. J. Hudde and de Witt, III. Huygens and Leibniz, IV. Halley, V. Kersseboom, Struyck and Deparcieueux, VI. Euler, VII. Wargentin. となっている。すなわち, 生命表の推計は, 18世紀前半, オランダのN. ストルイクとそのライヴァルのケルセボーム, 及びフランスのドゥパルシユによって担われていた, という事になる<sup>7)</sup>。また, K. ピアソンも先にあげた著書のストルイクに関する部分の末尾で, 次のように述べている。「私の考えでは, ストルイクは人口動態統計の分野でジュースミルヒよりもより重要な先駆者である。…彼がもしイギリス, フランスまたはドイツで生を享けていたならば, 彼の著作の知名度や彼自身への声価は今とは比べものにならないくらい大きくなっていただろう。彼の死の140年後に仏訳著作集が刊行されたことは, 科学史における彼のよりフェアな位置付けを可能とした。」<sup>8)</sup>

要するに, 著書がオランダ語で書かれていた事が彼に低い知名度をもたらした, というわけである。しかしジュースミルヒは『神の秩序』(1741)の「著者序言」で, その刊行の1年前に出たストルイクの著書についてふれている。それは訳書で2頁にわたっているが, おおよそ次のようなものである。「私がこの著作の草稿を完成した時, 二つの新たな著作が現われた。一つは, メイトランド氏の『ロンドン市の歴史』であり, もう一つは1740年にアムステルダムで出たストルイク氏の『地理学入門』(オランダ語)である。(中略) ストルイク氏はドイツ人の間ではほとんど知られていないが, 偉大な数学者・天文学者である。彼は, 先行諸著作にあるデータ, 自ら収集したデータをもとに推計を述べている。



しかし、この著作での彼の主要な意図は、これらの観察を終身年金価額の推計に役立たせようとするところにある。だから私は彼の著作から、終身年金に関する部分を本書に引用した。<sup>9)</sup> 事実その第6章には、ストルイクの性別年齢別死亡率や終身年金現在価額に関する表が多数転載されている。以下、上記の両分野でのストルイクの業績について検討を加えたい。

#### 4. ストルイクの確率論研究

彼の著作A)は、終身年金現在価額や富くじ価格の検討においてチャンスの価格の概念を一貫させている事に見られるように、ホイヘンスの確率論を継承発展させたものである。この点は、彼がホイヘンスの著書付録の5問それぞれに独自の方法で正解を与えた事、特に最後の第5問に完全解を与えた方法が高く評価されている事等にも見られる。しかしホイヘンスと大きく異なるのは、その著書が体系性を欠いている点、極言するとさまざまな問題が難易度の順に並んだ「例題集」のようなものである点である（ホイヘンスの著書付録の5問への解も、あちらこちらで別々に出てくる）。それは、ユークリッドの方法に準ずる形で命題が配列されているホイヘンスの著書とは対照的である。

著作A)のi)「算術の方法によるチャンスの計算」では、運まかせゲームのチャンスの価格が素朴な「場合の数の数え上げ」を始めとする算術の方法で計算され、ii)「代数の方法によるチャンスの計算」では、変数からなる一般式で与えられたチャンスの価格の問題に、順列・組合せ、等比数列の和の公式等の代数的方法を用いて一般解を与えている。しかし、いずれにおいても同種の問題のバージョンアップを次々と並べ、煩瑣膨大な計算をへてその解を求めている。だからこの「例題集」は実際の計算力・応用力を高めるための「実用問題例題集」だ、と言う事ができる。

iii)「代数と算術による富くじと利子の計算」では、運まかせゲームでのチャンスの価格計算そのものが扱われない代わりに、終身年金現在価額や富くじ価格の問題が出てくる。それも終身年金や富くじにおけるチャンスの価格を求める問題だけでなく、各種の終身年金の間での有利性比較や終身年金購入と貸付利子との有利性比較を長期複利計算で求める問題、賞金が5年後、10年後、15年後に分けて支払われる仕組みの富くじで、ある利率の金額が差引かれた賞金を繰上げて受領できる、逆にある利率の金額がプラスされた賞金を繰下げて受領できる場合、ある時点で全額をまとめて受領しようとする時の受領金額を同じく複利計算から求める問題等々が出てくる。

ここで例を一つあげる。年利回り $r_1$ の終身年金で、毎年の受取額を受取直後に年利率 $r_2$ で複利運用した元利合計が $n$ 年後に、年金購入額を年利率 $r_2$ で複利運用した元利合計と等しくなったとする。その時の元利合計は元金の何倍か。解：年金受取額の複利運用の元利合計は等比数列の和の公式から $Xr_1\{(1+r_2)^n - 1\}/\{(1+r_2) - 1\}$ である ( $X$ =年金購入額)。これと $X(1+r_2)^n$ を等値すると $(1+r_2)^n = r_1/(r_1 - r_2)$ がえられる<sup>10)</sup>。

このような著作A)の「実用問題例題集」的性格は、「13世紀商業革命」で生まれた市民・商人が必要とした「商業算術」の延長上にあるものだ、と見る事ができる。アカデミズムの中で生まれたホイヘンスの確率論や都市財政の必要から生まれたデ・ウィット、フッデの終身年金・生命表との大きな相異であるが、この点については後にふれる。

ここで、ホイヘンス著書の付録5問から第1問と第5問を取上げ、ストルイクによる解を見てみよう。彼の方法の特色はこれらの問題によく表れているからである。まず第1問、「AとBが2個のサイを投げ、Aが目の和6を、Bが7を先に出したら勝ちとする。まずAが1回投げ、次にBが2回、Aが2回投げる。以

後両者は交互に2回ずつ投げる。AとBのチャンスの価格を求めよ。」である<sup>11)</sup>。

算術的方法 A, Bの投げる順番を(A1), (B1), (B2), (A2), (A3), (B3), (B4)…, それぞれでのチャンスの価格をE(A1), E(B1), E(B2), E(A2), E(A3), E(B3), E(B4)…とする。各回でAが目の和6を出す場合の数は36中5通り, Bが7を出すのは36中6通りである。Aが最初に勝って得る賞金を1とする。ストロイクはまず(B1)からのゲーム(B1), (B2), (A2), (A3)…を考えそこでの両者のチャンスの価格の比を求める。このゲームの最初の(B1)でBが得る賞金は, (A1)でのAの賞金1からそこでのAのチャンスの価格E(A1)引いた額である。これをXとおく(X=31/36)。このように各回で勝者が得る賞金は, その前回の賞金からそこでのチャンスの価格を引いた額である。

(B1)	(B2)	(A2)
6-X	6-{X-(6/36)X}	5-(25/36)X
30-0	30-0	31-0
E(B1)=(6/36)X	E(B2)=(5/36)X	E(A2)=(125/1296)X
(A3)	…	
5-(775/1296)X		
31-0		
E(A3)=(3875/46656)X…		

これを続けると, (n=1,2,…) に対し, {E(B(n))+E(B(n+1))}/{E(A(n+1))+E(A(n+2))}が一定である事が知られる。すなわち, {E(B1)+E(B2)}/{E(A2)+E(A3)}=14256/8375は, (B1)から始まるゲームでのAとBとのチャンスの価格の比である。従って, Bのチャンスの価格は, 14256/(14256+8375)=14275/22631となる。また第1問そのものは, Aが1回負けた上でこのゲームを行う場合になるから, そこでのBのチャンスの価格は, (31/36)×(14275/22631)=12276/22631となる。

代数的方法 まずXがi回, Yがk回サイを投げ, 続いてXがr回, Yがs回投げる。以後

はこのr回, s回のサイ投げを繰返すとした時, 賞金額を1円とするXのチャンスの価格E(X)を求める。XとYが各回のサイ投げで負けるチャンスの大きさをa, bとする。Xのチャンスの価格E(X)は, 次のような無限等比数列の和として得られる。

$$E(X) = (1-a^i) + a^i b^k (1-a^r) + a^i b^k a^r b^s (1-a^r) + a^i b^k a^{2r} b^{2s} (1-a^r) + \dots = (1-a^i) + a^i b^k (1-a^r) \{1 + a^r b^s + a^{2r} b^{2s} + \dots\} = (1-a^i) + \{a^i b^k (1-a^r)\} / (1-a^r b^s)$$

この公式を第1問に適用する時は, Y, X, X, Y, Y, …とせねばならぬから, Y=A, X=Bであり, i=0, k=1, r=2, s=2, a=30/36=5/6, b=31/36となる。これらを代入すると, E(X)=E(B)=12276/22631となる。以上, ストロイクはその方法でチャンスの価格の概念を一貫させている。

次に, ホイヘンス付録第5問は, 「A, Bがそれぞれ12個のコインを持ち, 3個のサイを順に投げる。目の和11が出る度にAはBにコイン1個を与え, 14が出る度にBはAにコイン1個を与える。先に相手のコインを総て手に入れた方が勝ちとする時, 両者のチャンスの価格の比を求めよ。」であり, 「破産問題」と呼ばれる<sup>12)</sup>。

算術的方法 ここでのストロイクの方法は巧妙であるが, 同時に複雑なので, ここではその要点のみを述べる。まずBがコインを1枚しか持たぬ時のチャンスの価格を1とし, 9:5の勝ち目で次々と手持ちのコイン枚数を増加させた場合, それぞれの枚数におけるチャンスの価格を求める。そしてその増加分が公比5/9の等比数列になる事を見出す。それを使ってBの手持ち枚数が24枚の時, 即ちAを破産させる時のチャンスの価格に対する12枚所持の時のチャンスの価格の比を求め, それが9<sup>12</sup>/(9<sup>12</sup>+5<sup>12</sup>)となる事を示した。即ち, AとBが12枚を所持する時のチャンスの価格の比は, 5<sup>12</sup>:9<sup>12</sup>になる。この方法は, 基本的に第1問の算術的方法と共通する。し

かし、等比数列の和の公式が使われている。

代数的方法 Aはコインをr枚持っておりb通りで勝つとし、Bはs枚持っていてc通りで勝つとする。r+s=dとする。Aがコインを1, 2, 3枚持つ時のチャンスの価格をx, z, yとすると、次のようになる。

$$x = \{b/(b+c)\}z + \{c/(b+c)\}0 \quad (1)$$

$$z = \{b/(b+c)\}y + \{c/(b+c)\}x \quad (2)$$

(1)から

$$z = x + (c/b)x$$

(1)を(2)に入れる。

$$y = x + (c/b)x + (c/b)^2x$$

これを繰り返すと各所持枚数でのAのチャンスの価格は、次のようなxの関数になる。

所持枚数 チャンスの価格

1	x
2	x + (c/b)x
3	x + (c/b)x + (c/b) <sup>2</sup> x
4	x + (c/b)x + (c/b) <sup>2</sup> x + (c/b) <sup>3</sup> x
...	
r	x + (c/b)x + (c/b) <sup>2</sup> x + ... + (c/b) <sup>r-1</sup> x = {1 - (c/b) <sup>r</sup> }/[1 - (c/b)]
r+s	x + (c/b)x + (c/b) <sup>2</sup> x + ... + (c/b) <sup>r+s-1</sup> x = {1 - (c/b) <sup>r+s</sup> }/[1 - (c/b)]

r枚の右辺をr+s枚の右辺で割るとチャンスの価格全体でのAの取分が得られる。またそれを1から引くとBの取分がえられる。

$$A \text{の取分} = \{b^r(b^r - c^r)\}/\{b^d - c^d\}$$

$$B \text{の取分} = \{c^r(b^s - c^s)\}/\{b^d - c^d\}$$

もしs=rならば、Aの取分 : Bの取分 = b<sup>r</sup> : c<sup>r</sup>となる。

ここでも第1問の代数的方法と同じく、等比数列の和の公式を使って求めた一般式を問題に適用している。ここで注目したいのは、後世この解法に「差分方程式の解法の適用」という評価が与えられている事である。それを指摘するのはハルトと安藤洋美氏である<sup>13)</sup>。

r枚所持のチャンスの価格をE(r)とすると、次の2階線形差分方程式が得られる。

$$E(r) = \{b/(b+c)\}E(r+1) + \{c/(b+c)\}E(r-1)$$

これを次の形に変えた上、rに順次小さい数を入れていく。

$$\begin{aligned} E(r+1) - E(r) &= (c/b)\{E(r) - E(r-1)\} \\ &= (c/b)^2\{E(r-1) - E(r-2)\} \\ &\dots \\ &= (c/b)^r E(1) \quad \text{ただし } E(0) = 0 \end{aligned}$$

一方、 $E(r) = \{E(r) - E(r-1)\} + \{E(r-1) - E(r-2)\} + \dots + \{E(1) - E(0)\}$ だから、

$$\begin{aligned} E(r) &= (c/b)^{r-1}E(1) + (c/b)^{r-2}E(1) + \dots \\ &\quad + (c/b)^0E(1) \\ &= E(1) \{[1 - (c/b)^r]/[1 - (c/b)]\} \end{aligned}$$

となる。即ち、先の、コインをr枚所持でのチャンスの価格を逐次求め、そこで得られた等比数列の和を求めるストルイクの方法と結果的に一致する。

以上、ストルイクによるホイヘンスの付録第1, 第5問の解法を見てきた。彼は、ホイヘンス以後に発展した代数学の方法を利用して第5問に完全な解を与えた。その業績は、J. ベルヌーイ、モンモール、N. ベルヌーイ、ド・モアヴールらと比肩しうるものである。

## 5. ストルイクの人口統計・終身年金研究

ストルイクの第2の研究分野である人口統計・生命表や終身年金の問題は、著作A iii)でも一部扱われているが、主に著作B)と著作C)とで扱われている。ここでは、著作B) i) 人類の状態に関する諸仮説で主に扱われている人口統計一般と、ii) 終身年金の計算とiii) 補遺で主に扱われている生命表及び終身年金とに分けて検討したい。

1) 人口統計 ストルイクはi) 人類の状態に関する諸仮説を、そのタイトルにある「仮説」の説明から始める。「私はこの研究を仮説と呼びたい — その不確実さをもって。事実、われわれはいろいろな事をほとんど知らない。われわれは、各地域に関する十分な観

察を手にしていないのだ。」実証なしに理論として主張すればそれはドグマに過ぎないが、「われわれが手にしている少数の観察を使って推量する事は可能であり、それが全くの役立たずだという事はない。」しかし、それは仮説にとどまっている事をわきまえていなければならない<sup>14)</sup>。これを読む者は、F. ベーコンらのイギリス経験論哲学の認識論を基盤に経験的な諸資料から数量的規則性を帰納しようとしたペティ、グラントの政治算術の方法を想起するであろう。ストルイクは、政治算術の方法だけでなくその認識論的基盤をも英国から学んでいたのである。

しかしロンドンでの「死亡表」の分析に集中できたグラントと異なり、世界の地域・国・大都市の人口現象を対象にしようとするストルイクは、当然ながらそのための確実に信頼できる資料を手にする事はできなかった。まず静態人口である。当時のヨーロッパでは各種の人口推計が行なわれていたが、地域的時代的に断片的であり、その推計方法も曖昧なものが多く統一性を欠いていた。ヨーロッパ以外の地域・国に関しては旅行・滞在の見聞記の類に頼らざるを得ない。このような不十分な資料に基づいて行ったストルイクの人口推計を、K. ピアソンは“the crudest guessing”と呼んでいる<sup>15)</sup>。従ってストルイクの人口統計では、ヨーロッパ諸都市での資料を基にした人口動態に関する「仮説の発見」に高い評価が与えられている。当時のヨーロッパでは、教会の洗礼・埋葬記録や終身年金購入者記録等で数多くの人口動態に関する資料が利用可能となっていた。

そこで見出された主要な「仮説」であるが、まず年間の出生数と死亡数とのバランスである。彼は、正常な状態では常に前者が後者を上回るが、伝染病や戦争という異常事態で死者が急増し、長期的には各国人口はほぼ一定になる、と見た。そして、長期的な人口増加は国土を人々で埋め尽くして多数の餓死者を

生み出すし、逆の人口減少は国土の過疎化を生み出す — これらは、創造主の望むところではない、と主張した<sup>16)</sup>。この点、資料から見出した人口の恒常的な増加傾向を創世記の「生めよ殖やせよ地に充てよ」と結びつけたジュースミルヒとは対照的であり、マルサス「人口論」との関連を指摘する事もできよう。

次に、彼の年齢別死亡率即ち生命表である。彼は、ロンドンでの1731-1737年の10才間隔の死亡数から始めて、メイトランドやハレーの生命表を検討する。しかし、自ら作成した生命表は後で示すと述べて、検討の結論を後回しにする（それは、iii)補遺で示される終身年金購入者からの性別年齢別死亡率であろう）。続けて、主要各都市での出生児性比を示し、それが女兒100に対し男児104-108となっていて男児が多い事を指摘する。しかし一方で、より多く生まれる男性は女性よりもより多く死んでいる事、特に出生直後から乳児期その死亡率がより高い事（また死産も男児がより多い事）等が指摘される<sup>17)</sup>。これらストルイクが見出した「仮説」に対しK. ピアソンは、第二次資料の利用が多い事を指摘しつつも、乳児期男児の高い死亡率を見出した事といくつかの都市で宗教の宗派別信者数の表を作成しようとした事が、特にストルイクの独創的な貢献であるとする<sup>18)</sup>。しかし、K. ピアソンはストルイクを人口動態に関してジュースミルヒに優ると述べた事を考えると、この評価は少し偏狭ではないか。またストルイクの宗派別信者数に対する関心は、彼が宗教に寛容であったオランダに生まれた事と無関係ではないであろう。

2) 生命表及び終身年金 ストルイクはii)終身年金の計算の節を、「人類の死亡の法則を知る事は、それが確かなものである限り極めて有用なものとなり得る。もし、これまでにその法則をより良く知り得ていたならば、終身年金の価額はより安いものになっていたであろう。」という文章で始め、続けてデ・

ウィットの業績を紹介する<sup>19)</sup>。だから人は、その後すぐに信頼できる生命表の作成の問題に入るだろう考える。しかしストリックは、ある生命表、年金利回り、一般利子率等を仮定して終身年金の現在価額の推計から始める。そしてその近似値を簡単な演算から求める「簡便法」が示される。さらに先に見たような終身年金購入とその他各種の資金運用との有利性比較の問題、年金利回りを年齢段階で漸増させる各種の年金の比較問題等を取上げる。このように問題の取上げ方に一貫性を欠いているが、ここでも著作Aの「実用問題例題集」と同様な性格を読取る事ができよう。

この商業算術的問題がしばらく続いた後、突然（と言ってよいような形で）、表1のような10000人から始まる5歳階級別の生存者数が現われる。この生命表はその作成方法の説明が示されていないのでケルセボームから偽造だと非難された、という<sup>20)</sup>。その詳細な作成方法が分れば、そして正確であったならば、貴重な生命表であると言える。しかしストリックは再び終身年金をめぐる商業算術の問題に戻ってしまう。さらにこの章の最後の部分では、純粋なチャンスの計算の問題が取上げられている。終身年金をめぐる商業算術の問題を解いている途中、彼は、信頼できる生命表を得るためには膨大な死者数の記録を持つ終身年金の記録簿を利用する他はないと述べる。しかし、それが実際に行なわれるの

はiii)節においてである。

iii)補遺の冒頭で、彼は具体的な終身年金記録から作成された性別年齢別生存者数を初めて提出する。それは、1672年7月、1673年1月に発売された終身年金記録にある男性807人、女性891人を基に作成されたものである。まず、全体として女性が長生きである事等を指摘した後、男性794人、女性876人に関して5才間隔別の生存数が2枚の表で示される（表2、ただし男性の部のみを示した）。本来なら、終身年金現在価額算出に必要な年齢別死亡数（または生存者数）をこの表から作成し、それを作成方法と共に示すべきであろう。しかし、ストリックは先に性別年齢別の終身年金現在価額を表示し、その後で性別年齢別生存者数を示している。表3が5才以上の男性の年齢別生存者数であるが、ストリックは「表2の数字から導出した」と述べるのみで、その作成方法の説明はない。しかしこの表では、次のようにある年齢区間の間で年間死者数が一定とされている。だから、5才間隔の表2を「平滑化」する事で各年の生存者数を示す表3が作られたと見る事ができよう。

15-20才 7人, 20-25才 8人,  
25-32才 9人, 32-42才 10人,  
42-47才 11人, 47-58才 12人,  
58-63才 11人

ストリックはこの生命表を基に、年給付額

表1 10000人の生命表

年齢	生存者	死者	年齢	生存者	死者	年齢	生存者	死者
5	9337	663	35	5160	724	65	1193	548
10	8719	618	40	4440	726	70	725	468
15	8060	659	45	3710	730	75	360	365
20	7352	708	50	3009	701	80	127	233
25	6618	734	55	2350	659	85	25	102
30	5890	728	60	1741	609	90	0	25

(出所) 参考文献[10]p.201

表2 終身年金購入者記録による男子794人の寿命

De 0 à 4 ans	De 5 à 9 ans	De 10 à 14 ans	De 15 à 19 ans	De 20 à 24 ans	De 25 à 29 ans	De 30 à 34 ans	De 35 à 39 ans	De 40 à 44 ans	De 45 à 49 ans	De 50 à 54 ans	De 55 à 59 ans	De 60 à 64 ans	De 65 à 69 ans	De 70 à 74 ans	De 75 à 79 ans	De 80 à 84 ans	De 85 à 89 ans	De 90 à 94 ans	De 95 à 99 ans
100	95	91	87	78	68	64	58	50	41	36	27	18	15	8	4	2			
	110	107	100	98	95	89	80	65	62	52	33	22	16	12	6	3	1		
205	198	193	176	163	153	138	115	103	88	60	40	31	20	10	5	1			
	108	104	97	90	84	79	73	59	50	41	28	16	11	5	3	1			
306	297	273	253	237	217	188	162	138	101	68	47	31	15	8	2				
	68	67	63	56	51	49	44	33	21	13	8	6	2	1	2				
365	340	316	293	268	237	206	171	122	81	55	37	17	9	4	2				
	65	61	56	52	44	37	31	24	18	14	9	4	2	2					
405	377	347	320	281	243	202	146	99	69	46	21	11	6	3	1				
	50	49	46	43	34	30	27	20	15	11	6	3	1	2					
427	396	366	324	277	232	173	199	84	57	27	14	3	2	4	2				
	48	45	40	34	30	23	17	11	9	6	4	2	3	2					
444	411	364	311	262	196	136	95	66	33	18	5	3	2	5	1				
	26	23	18	13	13	11	5	3	2	5	1								
437	387	329	280	209	149	106	71	36	20	5	4	3	1						
	53	52	44	31	21	16	11	5	4	3	1								
440	381	324	240	170	122	82	41	24	8	2	1								
	52	48	36	31	21	12	4	2	1										
433	372	276	201	143	94	45	26	9	2										
	43	36	29	20	15	10	7	4	1										
415	312	230	163	109	55	33	13	3											
	20	19	12	9	6	2	13	3											
332	249	175	118	61	35	13	3												
	16	16	10	6	2	13	3												
265	191	128	67	37	13	3													
	8	7	4	3	2	1													
199	135	71	40	15	4	1													
	20	15	7	2	1														1
155	86	47	17	5	1														
	7	5	1	1															1
93	52	18	6																
																			1

(注) 表頭に続く第一行は、0歳から4歳末の間 (De 0 a 4 ans) の男子100人に終身年金が購入されたが、5年の間に5人が死んで5歳から9歳末の男子95人が存命、さらに次の5年の間に4人が死んで10歳から14歳末の男子91人が存命、以下同様に見ていく。第2行は、5歳から9歳末の間の男子110人に終身年金が購入されたが、5年の間に3人が死んで10歳から14歳末の男子107人が存命、以下同様に見ていく。第3行は、5歳から9歳末の男子の存命者は合計205人、10歳から14歳末の存命者は (9歳末までに購入された男子に限ると) 合計198人と見ていく。ただし第4行に見られるように10歳から14歳末の間の男子108人に終身年金が購入されたので、10歳から14歳末の男子の存命者は合計306人となる (第5行の最初の数字)。このように各行の最初の数字が各年齢間隔での生存者数になる。

(出所) 参考文献[10]p.214

100fl. (ただし国への税金20fl. が差引かれるので手取り額は80fl.) の終身年金に関し、給付額を年利率2.5%の複利で現在価還元してその現在価額を求めた (表4)。この表に見られるように、男女間の大きな死亡率格差を含む生命表を基に終身年金の現在価額を推計

すると、そこに大きな男女間格差が表れる。その格差は30台から60台前半まで10%を超える (ピークは50台前半の14.8%)。この終身年金の現在価額における性別格差の指摘がストルイクの終身年金研究における最大の功績だと評価される場合が多い。確かに、男女

表3 年齢別生存者数 (男性の部)

年齢	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
生存者数	710	697	688	681	675	670	665	660	654	648	642	635
年齢	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
生存者数	628	621	614	607	599	591	583	575	567	558	549	540
年齢	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
生存者数	531	522	513	504	494	484	474	464	454	444	434	424
年齢	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52
生存者数	414	404	393	382	371	360	349	337	325	313	301	289
年齢	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64
生存者数	277	265	253	241	229	217	206	195	184	173	162	152
年齢	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76
生存者数	142	132	123	114	105	97	89	82	75	68	61	54
年齢	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88
生存者数	48	43	38	33	29	25	22	19	16	13	10	8
年齢	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
生存者数	6	4	3	2	1							

(出所) 参考文献[10]p.231

表4 終身年金の現在価額

年齢	男性 (A)	女性 (B)	(B - A)/A
5 - 9才	1823fl.	1931fl.	0.059
10 - 14	1714	1840	0.074
15 - 19	1608	1733	0.078
20 - 24	1504	1630	0.084
25 - 29	1401	1533	0.094
30 - 34	1291	1438	0.114
35 - 39	1184	1328	0.122
40 - 44	1069	1203	0.125
45 - 49	955	1077	0.128
50 - 54	840	964	0.148
55 - 59	756	851	0.126
60 - 64	661	733	0.109
65 - 69	575	616	0.071
70 - 74	481	493	0.025

(出所) 参考文献[10]p.218, 221

別の終身年金購入記録から作成した生命表を基に具体的な終身年金の現在価額を性別年齢別に推計した業績は大きい。しかし彼はそれだけでなく、各種条件の終身年金での現在価額の比較や資金運用における終身年金購入と貸付利子との比較等の問題を煩瑣膨大な計算から求めていた事を見落とすべきではない。

他方でストロイクは、終身年金記録から作られた生命表には偏りがある事に気付いていた。それは人間の出生から死亡までを見ない事、病弱者には普通終身年金を購入しない事等による。またそれは、死亡率の高い年少者の記録が絶対的に少ないという限界を持つ<sup>21)</sup>。そこでiii)補遺の最後で彼は、1700-1800人の人口をもつBroek-in-Waterlandというオランダの小村で1654-1738年という長期間にわたって記録された人口数とその構成、出生・死亡等の人口動態の記録を利用しようとする。そこで集計整理されたデータから普遍的な人口動態の諸係数を求めようとしたのである。しかし全体に対する地域の代表性から見ても、望むような成果が得られなかったのは当然であった。

## 6. むすびに代えて

ここで、イタリアに始まる「13世紀商業革命」に伴う算数教室、算数書、算数教師の普及についてふれたい<sup>22)</sup>。この商業革命では、商品を持って各地を旅する遍歴商人から、都市に住み、物流は代理者・専門業者に担当させ、仕入・販売の決定、代金決済等の商流部面を専ら担う定住商人へと移行する。そこでは代金決済や金融等に始まって高度の商業算術の必要性が増大した。14, 5世紀のイタリアでは、7歳頃からの「手習い教室」に続く2年間の「算数教室」が商人・職人の子弟の間に広まった。一方で、算数書（四則・比例に始まり、度量衡・利息計算・交換比率・利益配分等に至る俗語・粗製の教本）と商人・職人出身の算数教師が多数現われた。その算

数書の集大成がルカ・パチョーリ『算術大全』である。その内容は、第1章算術と代数、第2章商業実務へのその応用、第3章簿記等であり、複式簿記やイスラム伝来の代数が実用的に組み込まれていた。やがて商業革命はアルプスを越え、14, 5世紀にはネーデルランド南部が中心になる。しかし1581年の北部7州の独立戦争開始と共に繁栄の中心は北部へ移動し、16世紀後半にはホラント州のアムステルダムが国際貿易の中心拠点になった。それに伴い、ここでも算数教室、算数書、算数教師が多数現われるようになる。

以上、山本義隆氏の新著から商業革命に伴う算数教育の発展を見てきたが、オランダにおける商業算数はさらなる特質を持っている。一つは、これも地中海貿易から生まれた海上保険（その原型は、金主が航海者に高利で貸付け、航海が成功した時だけ元利の返済を受ける「海上貸借」）が16, 7世紀にネーデルランドで広く普及した事、例えばロッテルダムで17世紀初頭に最初の海上保険取引所が開設された事である<sup>23)</sup>。このaleatory contractの商業への導入は、当時ギャンブルゲームを素材に発展しつつあったチャンスの価格の計算（確率計算）への関心を商業算数で高める事になった。しかし実際にチャンスの価格の計算が財やサービスの売買に導入されるのは、終身年金の売買価格の算出においてであった。

既述したように、中世封建社会にも見られた終身年金制度は、商業と都市の発展と共に都市財政の財源として市民へ販売されるようになる。これも、最初はイタリア諸都市に始まったが、やがて15, 6世紀以降特にオランダ諸都市で広く普及した。なお富くじの販売も都市財政上の目的でなされた。市民が相続や利殖の手段として終身年金を購入するようになる、その相対的有利性に関する関心が高まっていく。もし年齢別死亡率が得られたならば、比較の基準となる現在価額が計算可能となる。加えてオランダでは16世紀から



終身年金購入者記録が蓄積されていた。こうして商業算数の中で、チャンスの価格や人口統計が取上げられるようになった。

このような状況のオランダにおいて、ストルイクの確率論・人口統計・終身年金の研究はどの位置付けられるだろうか。もしチャンスの価格の計算が、ある利回りや利子率での終身年金の正確な現在価額の推計にとどまるならば、それを最も有効に利用できるのは、終身年金を発売する国や地方政府の財政に責任を持つ政治家・行政官であろう。これこそデ・ウィットやフッデの立場であった（尤もデ・ウィットには終身年金購入者への配慮も見られたが）。そしてこのような財政等の諸政策の立案・評価のために量的資料を整理分析する方法こそ、文字通り「政治算術」の名

に相応しいように思われる。一方、ストルイクの業績における「実用問題例題集」の側面は、一般の市民・商人の利害打算に関わる場で（政治算術がマクロの場で問題をとらえていたのに対し、ミクロの場で）量的資料を整理分析しようとする方法である。これは、13世紀商業革命後に現われた算数書の流れに沿うものである、と見る事ができる。その意味で、「商業算術」と呼びうるものではないだろうか。正確には、16、7世紀に飛躍的に発展した代数学、確率論を踏まえたより高い水準での「商業算術」である。またそれは英国に生まれた「政治算術」の一つの形態であり、国際政治の表舞台から去った18世紀オランダの生んだ一つの形態であった、と見る事ができる。

## 注

- 1) 吉田 忠(2005). 参照。
- 2) 吉田 忠(2006B). 参照。
- 3) K. Pearson (1968), Struyck (1912), Kelp and Stamhuis(ed.) (2002). 参照。
- 4) Struyck (1716), Struyck (1740), Struyck (1753), Struyck (1912). 参照。
- 5) Kelp and Stamhuis(ed.) (2002)では, ZuidervaartがEarly Quantification of Scientific Knowledge: N. Struyck as a Collector of Empirical Dataというタイトルでストルイクを取上げ, 自然・社会に関して多数の経験的な標本・事例等を収集し, そこに何らかの数量的パターンを検出しようとする18世紀特有のmixed mathematicsの流れの中にあった事, また彼が特にハレーからの強い影響に基づいて彗星と人口統計の研究に向かった事を指摘している。pp.125-148.
- 6) Hald (1990). p.394. ハルトは, Coincidence, Waldgrave's Problem, Pharaon, Struyck's randomized numberのそれぞれに関するストルイクの業績について, p.335, 379, 302, 216. でふれている。
- 7) Dupâquier (1996). 参照。
- 8) K. Pearson (1968). p.347.
- 9) ズュースマルヒ (1741). 12-13頁。
- 10) Struyck (1912). pp.132-33. なお, このiii)のタイトルに「利子」が使われているのは, このように複利計算が数多く使われているためであろう。また, ストルイクが「会計学者」とされる場合も, 同じ理由によるものと思われる。
- 11) Struyck (1912). 算術的方法はpp.32-34, 代数的方法はpp.61-62を参照。
- 12) Struyck (1912). 算術的方法はpp.40-42, 代数的方法はpp.108-109を参照。なお, ホイヘンス著書の付録5問のそれぞれに対する各種解法については吉田 忠 (2006A). 131-140頁を参照。
- 13) Hald (1990). p.203, 安藤洋美 (1992). 86頁。両者は2階線形差分方程式を同じく逐次代入法で解いている。
- 14) Struyck (1912). p.165.
- 15) K. Pearson (1968). p.335.
- 16) Struyck (1912). pp.174-175.
- 17) Struyck (1912). pp.176-187.

- 18) K. Pearson (1968). p.340.
- 19) Struyck (1912). p.194.
- 20) Dupâquier (1996). p.95.
- 21) Struyck (1912). p.217, ただし, 偏りの方向と大きさにはふれていない。
- 22) 以下, 13世紀商業革命とその結果としての算数教室, 算数書, 算数教師の出現については, 山本義隆 (2007). による。
- 23) ブラウン (1983). p.97.

#### 参考文献

- [ 1 ] 安藤洋美 (1992). 『確率論の生い立ち』, 現代数学社.
- [ 2 ] ブラウン (1983). 水島一也訳『生命保険史』, 明治生命100周年記念刊行会.
- [ 3 ] Dupâquier (1996). *L'invention de la table de mortalité*, Paris
- [ 4 ] Hald (1990). *A History of Probability and Statistics and their Application before 1750*, N.Y.
- [ 5 ] Kelp and Stamhuis (ed.) (2002). *The Statistical Mind in a Pre-Statistical Era: The Netherlands 1750-1850*, Amsterdam.
- [ 6 ] K. Pearson (1968). *The History of Statistics in the 17 th and 18 th Centuries*, London.
- [ 7 ] Struyck (1716). *Uytrekening der Kansen in het Speelen, door de Arithmetica en Algebra, beneevens eene Verhandeling van Looterijen en Interest*, Amsterdam.
- [ 8 ] Struyck (1740). *Inleiding tot de algemeene Geografie, beneevens eenige sterrekundige en andere Verhandelingen*, Amsterdam.
- [ 9 ] Struyck (1753). *Vervolg van de Beschrijving der staartsterren, en nadere Ontdekkingen omtrent den Staat van het menschelijk Geslat, uit Ondervindingen opgemaakt, beneevens eenige sterrekundige, aardrijkskundige en andere Aanmerkingen*, Amsterdam.
- [10] Struyck (1912). *Les Oeuvres de Nicolas Struyck*, Amsterdam.
- [11] ズュースミルヒ (1741). 高野・森戸訳『神の秩序』(統計学古典選集復刻版第3巻), 第一出版(株).
- [12] 山本義隆 (2007). 『16世紀文化革命 1』, みすず書房.
- [13] 吉田 忠 (2005). 「C. ホイヘンス『運まかせゲームの計算』について」経済統計学会『統計学』88号.
- [14] 吉田 忠 (2006A). 「17世紀後半のオランダにおけるフランス確率論の展開 — パスカル=フェルマーからホイヘンス, フッデヘー」『京都橘大学研究紀要』第32号.
- [15] 吉田 忠 (2006B). 「17世紀オランダにおける終身年金現在価値の評価問題 — 「チャンスの価格」と「生命表」の利用をめぐる —」『追手門経済論集』第41巻第1号.

## Development of Probability Theory and Utilization of Statistical Data in the Netherlands in the First Half of the 18th Century, focusing on N. Struyck

Tadashi YOSHIDA

### Summary

Contrary to the problems discussed by Pascal and Fermat, Huygens' *On Reckoning at Games of Chance* was systematic analysis in which each theorem was proved on the basis of the former ones. But the keyword was "value of chance" which meant "price of aleatory contract". De Witt, the leader of the Republic tried, by utilizing the value of chance, to evaluate life annuities which were sold to people by government to increase its revenue. Hudde, mayor of Amsterdam, supported De Witt's calculations and gave him a life table made from life annuities. Following them, the research in these fields was borne by Struyck. He solved perfectly 5 unsolved problems included in Huygens' book, but Struyck also added many practical problems comparing profitability of life annuities and other various money-making schemes in his book. Turning to vital statistics, he found that females lived longer than males, and values of life annuities for females should be higher than those for males. In this field, he kept the view point of the buyer of life annuities, while De Witt and Hudde who were concerned with fiscal policies kept the view point of the seller. Their calculations were suitable to be named "Political Arithmetic", and Struyck's one to be named "Commercial Arithmetic".

### Key Words

Struyck, Value of Chance, Life Table, Evaluation of Life Annuities, Political Arithmetic