

## 木村和範 著『ジニ係数の形成』

（北海道大学出版会，2008年）

芳賀 寛\*

### はじめに

The rich richer, and the poor poorer. 19世紀末から20世紀前半の貧困化論争で提示されたこの命題の真偽にも関連して、さまざまな数量的指標が欧米諸国を中心に開発された。コッラド・ジニが1914年に発表した論文「特性の集中と変動性の計測について」で定義したジニの集中比 $R$ すなわちジニ係数 $G$ は、そのような中で最も有名な指標の一つである。今日までおよそ1世紀に亘って各種統計、とりわけ所得関連統計に基づいて測定されたジニ係数の値が、ローレンツ曲線による図示もしばしば伴いながら発表されてきた。現代日本における格差問題が論じられるときにも、ジニ係数の測定結果が当然の如くに利用される事例は枚挙に遑が無い。だが、方法的特徴への十分な理解に基づくジニ係数の適用であるとはいい難い面もあるのではないか。木村和範会員（以下、著者）による著書（以下、本書）は、こうした疑問を解き明かす上でも重要で興味深い内容を有する。

本書（xiv+324ページ）の目次は次のとおりである。

はしがき

第1章 所得分布とパレート指数

第2章 パレート指数とその数学的含意

第3章 パレート指数にかんするベニーニの見解

第4章 ジニの集中指数

第5章 ローレンツ曲線の形成

補論 ローレンツ曲線の多重化

第6章 ジニの集中比

第7章 ローレンツ曲線とジニ係数

第8章 平均差とジニ係数

終章 本書の要約と残された課題—  
あとがきにかえて—

初出一覧

人名索引

初出一覧（p.321）によれば、終章を除く8つの章と補論は全て、著者の勤務する北海学園大学の紀要（『経済論集』、『開発論集』；2003年9月～06年3月）に掲載された論考に基づく。ジニ係数の形成に関する学説史的研究の性格ももつ各論考において著者は、英語はもとよりイタリア語、フランス語、ドイツ語の原典を精査し、原典では詳述されないままととなっている数式の展開、誘導も非常に丁寧に行なう。19世紀末のヴィルフレド・パレートの所得分布研究に始まり、ジニの1914年論文までで区切られる期間を対象に、理論史上の間隙を埋める緻密な研究が、短期間に集中的に蓄積された。本書は、このような経過を辿って発表された論考に著者がさらに考察を加え、理論史の順序に整理された学術書である。詳細を極める本書の内容を、限られた紙幅で紹介するのは難しい。以下、ジニ係数以前を扱う第5章までについてはかなり簡略化して、ジニ係数の特徴を再考する第6～8章の内容についてはやや立ち入る形で

\* 中央大学経済学部

〒192-0393 八王子市東中野742-1（大学）

順に要約し、最後に若干の論評を行なう。

## 1 パレートからローレンツまで (第1章～第5章・補論)

19世紀後半から20世紀初頭における所得分布の統計的研究では、所得階級別の人数(世帯数)と所得総額とをクロスさせた統計利用を別とすれば、①所得分布に関数関係をあてはめるときに計算されるパラメータ値によって所得分布を判断する方法、②ローレンツ曲線も含むグラフ法によって所得分布を判断する方法、③ジニ係数に代表される特定の関数型に依拠しない単一の数量的指標によって所得分布を判断する方法、が提起された。①の創始者と目されるパレートの所得分布モデルを、主に1895～97年の原典を通じて考察するのが、第1章と第2章である。

コンスタンチーノ・ブレシアーニ=チュッロニがパレートの第1法則と名づけたパレートの所得分布モデルは、

$$N(x) = \frac{H}{x^\alpha}$$

(ただし  $x$  は世帯または個人の所得額、 $N(x)$  は所得額が  $x$  以上の世帯数または人数、 $\alpha (>0)$  と  $H$  はパラメータ)

で示される。2つのパラメータのうち  $\alpha$  がパレート指数であり、この数値によって所得分布の統計的計測が行なわれた。パレート・モデルは、社会全体の所得分布を概観して導出されたが、基準所得以上の所得階級に属する構成員の相対的増減を根拠に不平等度を計測する試みとなっている。著者はパレート法則の数学的含意を検討し、パレート指数の増大が通説のとおり(したがってパレート自身の解釈とは反対に)所得分布の均等化を示すものであることを再確認する。

パレート・モデルに関するイタリアでの論議(19世紀末～20世紀初頭)のうち、ロドルフォ・ベニーニの見解が第3章で、ジニの

見解が第4章で紹介、論評される。パレートおよびベニーニは、富者と貧者の人数という富の分布に関する単一の要因だけをみて、所得と世帯数(人数)との関数関係に焦点を絞っている。これに対してジニは、所得総額を所得分布の統計的計測では考慮すべきと考えて、所得総額と世帯数(人数)との関数関係を表わすモデル

$$A(x) = \frac{K}{x^\beta}$$

(ただし  $A(x)$  は所得額が  $x$  以上になる総世帯または総人数の所得の合計、 $\beta$  と  $K$  はパラメータ)

を提起した。パレート・モデルとジニ・モデルとの間には

$$\frac{N(x_1)}{N(x_0)} = \left\{ \frac{A(x_1)}{A(x_0)} \right\}^\delta \quad (\text{ただし } x_0 < x_1)$$

が、パレート指数  $\alpha$  とジニの集中指数  $\delta$  との間には

$$\delta = \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha}{\alpha - 1}$$

が、それぞれ認められる。集中指数  $\delta$  は1910年にジニによって命名された測度で、今日ではジニ指数と称される。ジニは、モデルから得られる理論値と現実の所得統計とを比較して、自身のモデルがパレート・モデルよりも優れていると考えた。

第5章と補論は、グラフ法によって所得分布を説明する方法とりわけローレンツ曲線を考察対象とする。マックス・O.ローレンツが1905年にアメリカで発表した曲線は、ウィルフォード・I.キングによって1912年にローレンツ曲線と命名された。ローレンツの独創性は、所得階級を媒介に人員と所得の累積相対度数を結合し、社会全体の所得分布を視覚的に確認するためのグラフ分析法を提示した点にある。ローレンツはまた、パレートを批判する中で対数目盛が視覚的に誤った印象を

与えやすいと考え、所得と人員（世帯）の両方を対数変換せずに、それらの累積相対度数をグラフの縦軸と横軸におく。先行研究に対する批判的継承を経て開発されたローレンツ曲線は、富の集中や拡散に関する時間的・空間的な比較を一定程度可能にするグラフ法になった。

## 2 ジニの集中比について（第6章～第8章）

複数の所得分布に対応するローレンツ曲線の形状に違いがあっても、ジニ係数の値が同じになる場合がある。これは、所得分布の内実が異なっていることをローレンツ曲線では示しうるが、ジニ係数では反映しえないことを意味する。第6章以降の3つの章では、米仏でのグラフ法（20世紀初頭）、ドイツ誤差論（19世紀後半）にも言及しながら、現在はジニ係数と呼称されるジニの集中比  $R$  に関する従来の平板な解釈が再考される。

ジニの1914年論文の目的を著者は、①関数関係で表現できない分布一般の集中度を計測するための指標としての集中比の定義とその計算式の誘導、②ローレンツ曲線（ジニの集中曲線）と均等分布線とで囲まれた図形の面積（ジニの集中面積）と集中比との間の数学的関係の解明、③平均差による集中比の再定義、として要約される（pp.213-214）。①が第6章で、②が第7章で、③が第8章で、それぞれ取り上げられる。

分布一般の集中度をジニが論じるときに用いる強度概念は、集団性の方向とその強度というときのそれではなく、ある人間の身長や体重あるいは所得など、個体のもつ数量的規定性を意味する。関数関係として把握できない強度の分布について、その集中度を計測するには、特定の分布型を前提する集中指数（ジニ指数）が有効ではないとジニは考えた。そして、集中比（ジニ係数）が新たな測度として1914年論文で定式化された。集中比はジニによってさまざまな数式で表現されており、

$$R = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (p_i - q_i)}{\sum_{i=1}^{n-1} p_i}$$

（ $p$ ：系列を構成する個体数の累積相対度数〔個体比率〕、 $q$ ：系列を構成する項のもつ数量的規定性〔ジニの強度〕の累積相対度数〔強度比率〕）

は、その中で最も重要な式である。ここで分布が所得分布であれば、 $p$ は世帯数の累積百分率を、 $q$ は所得額の累積百分率をあらわす。ジニは上の式から得られるヴァリエーションを示すが、各式の連関が十分陽表的に説明されているとはいえない。

そこで著者は、ジニによる数式展開をきめ細かく追跡した上で、集中比を表わす式のヴァリエーションと連関を明らかにした（p.303 図9-1）。第6章では、①個体数と強度に関する2つの累積百分率が得られるときだけでなく、そうではない場合にも集中比の計算が可能であること、②集中比は所得分布の集中度の計測だけではなく、その他の度数分布に対しても応用可能であること、が指摘される。

ジニは、自身にとっての先行研究として、フランスにおけるエミール・シャトランやJ.セアージュ、アメリカにおけるローレンツとそれ以降のグラフ法に関する研究を挙げる。グラフの縦軸と横軸に累積百分率をとるグラフ法には、個体数と強度に関する2つの累積百分率を対照するジニの考え方との類似性が認められる。ただし、ローレンツ型のグラフ法には、「目視による比較対照の困難性」（p.239）、つまり、①集中度の厳密な計測ができない、②複数の曲線が交差する場合に集中度の比較が難しい、という問題がある。そこでジニは、ローレンツ曲線（ジニの集中曲線）と均等分布線とで囲まれた図形の面積（ジニの集中面積） $\lambda$ を使った集中比

$$R = \frac{\lambda}{1/2}$$

を考案し、この集中比がローレンツ曲線（集中曲線）と整合的な数値的尺度になること、集中比が「目視による比較対照の困難性」を克服できること、を主張した。著者は第7章において、この集中比とローレンツ曲線との数学的関係を丁寧に確認する。ローレンツでは集中曲線の湾曲を目視して集中度が比較されるが、ジニでは集中面積の計測によって集中度が特定されることが、ローレンツとジニの方法論上の違いであるとされる（p.229）。

1912年の論文「変動性と変化性——分布と統計的関係の研究のために——」でジニは、統計系列の構成要素（特性）の様相を質的様相と量的様相に区分し、様相に質的違いがあらわれるときに特性が変化する、様相に量的違いがあらわれるときに特性が変動する、という。変化を計測するための指標が変化性指数、変動を計測するための指標が変動性指数である。さらに変動性指数は、①特性に関する測定値が実際の大きさ（真値）からどの程度乖離しているかに対する数値的解答を与えるものと、②多様な実際の大きさが相互にどれだけ異なっているかを扱うもの、に区分される。①は相加平均からの測定値の乖離度を測定する指標で、天文学や測地学に応用でき、②は実測値間の差異の強度を計測する指標で、人口論、人類学、生物学、経済学で利用できる。分散、平均偏差は①に、平均差は②に属するが、統計系列の構成要素の変動性を計測するための測度（変動性指数）としては平均差が有効である。ジニは1914年論文において、富、資産、遺産、住居の賃貸料、出生数、婚姻数、死亡数などに関しては平均差に基づく測度が重要であると考えて、平均差と集中比との数学的関連を論じた。この数学的関連をめぐって著者は、ジニの平均差理論と19世紀誤差論との理論的紐帯の一端を、4つの論点（強度差と観測差、強度差の個数と観測差の個数、強度差の総和と観測差の総和、強度差の相加平均と観測差の相加平均）に絞って

第8章で検討する。

ジニの考えた平均差 $\Delta$ は、系列を構成する個体の数値的特性（ジニの強度）を2つずつ組み合わせて、それらについて可能な差を全て計算し、強度差の総和を強度差の個数で除したときに得られる商である。強度差の相加平均としての平均差 $\Delta$ を使ってジニは、

$$R = \frac{\Delta}{2M_n}$$

（ $\Delta$ ：平均差， $M_n$ ：強度の総平均〔相加平均〕）

で表現される集中比を提示した。ここで、ジニの強度を19世紀中葉における観測値結合論（誤差論）での観測値に置き換えて平均差概念をとらえ直すと、平均差は観測値間の差の相加平均とみなすことも可能である。つまり、ジニ理論と誤差論は、いずれも2つの数値的規定性の差に関する統計量を扱う。しかし、ジニが集中比でその分布を計測しようとした強度と、誤差論における観測値とでは、その数学的性質が異なる。誤差論における観測値は正規分布に従うが、ジニの強度は分布の正規性を前提しない。平均差は、19世紀誤差論の分野で真値に対する推定の精度を測定・向上させるための研究の中で形成された概念である。誤差論では観測値の相加平均が真値の本当らしい値と判断されたが、ジニは強度に誤差を前提することなく、強度そのものを真値として分析の対象にした（p.283）。

### 3 短評——終章での論点にも関わって——

終章で著者は、第8章までの各章の要約を行なった後、ジニの1914年論文における集中比（ジニ係数）の各式の相互関係、ジニ係数の数理的意味と有効性、残された諸課題を提示する。終章での論点にも留意しながら、本書を通して得られた評者なりの意見、感想を最後に4点に分けて述べることで書評をむすびたい。

(1) ジニ係数の数値は、一般的には変化(分布の均等化あるいは不均等化)の方向、あるいは散布度の大小関係の比較に焦点をおいて使用される。所得格差についてであれば、ジニ係数の数値が減ると平等化(増えると不平等化)の傾向がある、数値の大きい方が格差は大きい、というように利用される場合が多い。だが、数値と現実との関連、例えばジニ係数の数値の差が0.1であることは実質的には何を意味するのか、に言及している事例を評者は寡聞にして知らない。ローレンツ曲線図における弓形入の面積の差という周知の説明ではなく、分布さらには分配の内実をジニ係数はどのように表現するものなのか、方法的な説明の余地があるといえよう。

この点で、著者が平均差と総平均に着目し終章で説明を加えたのは意義深い。著者は、集中比を定義し直した式  $R = \Delta / 2M_n$  における平均差の変化率と総平均の変化率の大小関係を集中比(ジニ係数)の変動と対照させて、ジニ係数の値が変化しなくても平均差が大きくなる、格差が拡大する場合を示した(p.305の表9-1, p.306の表9-2)。また、ジニ係数を平均差と総所得の相加平均に分解する方法の他に、全体集団に関する単一のジニ係数を要因別に分解するV.M.ラオの方法、比較時点と基準時点における2つのジニ係数の差に関して寄与度を分解する関彌三郎の方法も紹介された。総合指標としてのジニ係数を単独で利用するよりも、これら要因分解法の応用が、所得分布にたいする理解を深めると考えられている。ジニ係数の数値の実証研究における意味を解き明かすためにも、著者の考察がさらに深められることが期待される。

(2) 本書では、①横軸に「個体の個数の累積百分率」を、縦軸に「個体をもつ強度の累積百分率」をおく(ローレンツが当初描いた形式とは異なる)ローレンツ曲線が、いつから、なぜ、誰によって始められたのかは不明である(p.228)、②ローレンツ曲線が考案さ

れたアメリカと、少し遅れてとはいえほぼ同時期にグラフ法を開発したフランスでの議論との関係の解明には至らなかった(p.239)、③ジニの平均差理論と19世紀誤差論における理論展開との間のさらに詳しい関連については今後の研究課題である(p.267)等、ジニ係数の形成史を論じる上で未解決の問題が率直かつ謙虚に指摘される。さらに、学説史研究が「社会史」としても検討されるべきであり、ジニ係数形成史もまた社会状況と関わらせて論じられるべきであると著者はいう。理論の社会性の解明に関連して、パレートとベニート・ムッソリーニの親しい関係は良く知られているが、ジニはどのような位置にあったのだろうか。分布の散布度よりも集中の程度にジニが関心をもったこと、あるいは後に行なわれた社会厚生の基準からのジニ係数への評価(中間所得階層の改善を相対的に重視する分配の指標)等、理論の背景への興味は尽きない。

(3) ローレンツは1905年論文で、横軸に所得(の累積相対度数)を、縦軸に人数(の累積相対度数)をおくグラフ法を示した。これは、上記(2)のとおり、現在通用しているローレンツ曲線図の両軸とは逆であるが、その理由は1905年論文で不明である(p.138)。とはいえ、横軸が所得、縦軸が人数(世帯数)を前提に累積度数を組み入れて連続型の分布曲線を考えるならば、パレートの曲線(縦軸のみ累積度数)→ジニの曲線(両軸とも累積度数)→ローレンツの曲線(両軸とも累積相対度数)、として順に展開する。もちろん、特定の分布型を前提しない「ローレンツのグラフ法はパレート以来の伝統からの断絶を示す」(p.300)側面をもつのだが、連続型の度数分布曲線の発展としては、パレートに始まりジニを介してローレンツで終点になる。

本書で確認されたように、ジニ係数(集中比)はローレンツ曲線の影響を受けて考案された。分布測度は、パレート指数(常数)→

ジニ指数（集中指数）→[ローレンツ]→ジニ係数（集中比）として発展した，関数関係を前提する段階の測度から前提しない段階の測度へとローレンツ理論を媒介に展開した，とみることもできる。転換点にあるローレンツ理論を中心におきながら，ジニ係数以前と以降の両方を含む分配の指標論を総合的に考えることも重要なのではないだろうか。

(4) 特定の分布型を想定する集中指数を提起したにも拘らず，時期的なズレが余りない中で分布型から解放された集中比の研究へと移行した理由を，ジニ自身は明言していないようである。このことについて著者は，「1914年論文には，これまでジニが研究してきた集中指数では分布について何らかの関数関係を前提としているが，関数関係にない分布にかんする集中度の計測指標については未検討であって，そのためにこの問題を考察するという趣旨の叙述も見られる。さりげないこの叙述は，所得分布がジニ・モデルと適合的でない場合，集中指数は試算の意味すら失うとジニが考えたことの表れである。」(pp.300-301)とも述べている。この辺りの事情につ

いてはなお定かではないが，集中比（ジニ係数）を定式化するさいに独自の平均差概念を導入したことが，①偏差（相加平均と個別値の隔差）ではなく個別値の間の隔差に着目して，②19世紀誤差論とは異なり正規性を前提せずに分布を考察する方向へと，ジニの研究を前進させたとみてよいだろう。

新しいジニ理論は，制度化された今日の統計学とは異なる発想に基づいて形成された側面ももつといえるかもしれない。集中比としての特徴をもつジニ係数は，通常の統計学体系では本流にはないが，現在の社会科学における実証的研究では広く使用されている。このようにしてみると，ジニの発想を積極的に評価しながら，著者の『数量的経済分析の基礎理論』（2003年）の改訂も含めて，経済統計学の新たな体系を提起する可能性もあるように思われる。本書は，分配の指標論にとどまらない問題を考える上でも多くの示唆を与える。

なお，参考文献一覧があれば，後学にとってはより一層の裨益になったであろう。

[付記] 山口秋義会員（九州国際大学）が本書に関するコンパクトな書評を執筆されている。山口秋義「書評 木村和範 著『ジニ係数の形成』」『経済』新日本出版社 2008年9月号。