【論文】（『統計学』第98号 2010年3月）

19世紀オランダにおける政治算術と確率論の統合

―R.ロバトの年金現在価額評価論と偶然誤差理論―

吉田　忠*

要旨

人口統計から得た規則性を社会問題解決策に結び付ける政治算術は，17世紀半ばのオランダでは生命表と確率論を統合した終身年金現在価額評価として現れた。この伝統は19世紀前半，数学者のR.ロバトによって継承される。彼は統計資料を掲載する『王国年鑑』を長年編集して統計の改善普及に貢献し，また若き日知り合ったケトレーを生涯敬愛し交流したが，その社会物理学には同ずる事なく政治算術と確率論の統合という伝統の発展に努めた。彼は年金現在価額評価論で，終身年金，寡婦年金，結婚年金の現在価額評価方法及びそれら三者の関連を明らかにし，アムステルダムでの10年間平均の生命表を用い実際に評価を行った。また彼は統計資料の平均等と偶然誤差との関係を知るため，当時仏国で発展した確率論を基礎に，その和や平均がある区間に収まる確率を正規分布で捉えようとした。しかし，19世紀後半のオランダ統計学は国状学と英国の経済学の統合へと進んでいく。

キーワード

ロバト，ケトレー，生命表，年金現在価額評価，偶然誤差論

1．問題の所在

本稿の課題を示すに当たり，統計学史でよく知られている一つの「仮説」の検討から始めたい。それは，17世紀半ば英・仏・独の3国で成立した政治算術，確率論，国状学がそれぞれ独自に発展した後，19世紀半ばにケトレーによって「統合」され，さらに19世紀後半，そこから分かれてドイツ社会統計学，イギリス生物統計学が成立展開した，という統計学史観である[1]。この「ケトレーにおける三川合流・二川分流説」には幾つもの疑問点がある。そのうち基本的な疑問は，20世紀の現代数理統計学の胚芽であるイギリス生物統計学はもちろんドイツ社会統計学も，ケトレーの「社会物理学」の内容や方法に影響を受けつつ乃至それを批判しつつ形成された部分を持つが，基本的には，それぞれ独自の発展過程を経て成立したものである，という点であろう。しかし，本稿で取り上げようとするのはこの問題ではなく，政治算術，確率論，国状学が英・仏・独の3国で独自に成立し，相互の交流・融合なしに発展した後，ケトレーがそれらを「統合」したとされる点への疑問である。筆者はこれまでオランダ統計学史の検討を通して，この「三川合流説」への反証を幾つか指摘してきた。それらは次の通りである。

確率論は仏のパスカルとフェルマーの往復書簡でその基礎が築かれたとされるが，その

* 京都大学名誉教授
〒520-2341　滋賀県野洲市行畑1-3-2（自宅）

3年後，西欧諸国でその後半世紀以上も広く読まれる体系的テキストを書いたのは，C. ホイヘンスであった[2)]。またホイヘンスは，ロンドンの王立協会から贈られたグラント『死亡表に関する自然的及び政治的諸観察』での生命表について弟のL. ホイヘンスと論じ合っている（1669年）。L. ホイヘンスがグラントの生命表の平均寿命が18.22歳である事を初めて算出したのに対し，C. ホイヘンスは平均寿命よりも生存数の中位数がより重要だと主張した[3)]。生命表に関して言えば，1671年にデ・ウィットが自ら想定した生命表を「死亡確率」とみなし，（一時払い）終身年金の現在価額の評価を行った。これに対し同年，アムステルダム市長フッデが同市での終身年金加入者約1,500人の死亡記録から作成した生命表をデ・ウィットに示している。なおここでのデ・ウィットの終身年金現在価額評価は，C. ホイヘンスの「チャンスの価格」（所謂「期待値」を確率概念抜きで捉えた概念）に依拠したものであった[4)]。

このように，オランダでも政治算術が英国とほぼ同時に成立していたのである。確かにそこでの英国の影響を見落とせないが，ハレーが生命表を作成した1694年より23年も早く多数の死亡記録に基づく生命表が作成されていた事，そして確率論に基づく生命表の利用という意味で政治算術と確率論の融合が見られる事は，オランダでの政治算術論の成立は独自の性格を持つものであった，と見る事ができる。また確率論も仏でのパスカルとフェルマーの往復書簡に遅れる事3年にして体系化された事，そしてそこで社会現象への適用が容易である「チャンスの価格」が中心概念になっていた事は，確率論に関しても同様の特徴を見る事ができよう。

この確率論と政治算術の融合というオランダ統計学の特質は，18世紀に入ると，西欧諸国で広く知られた統計学者のストルイクとケルセボームによって継承され発展した。ストルイクは，都市や地方の人口推計，生命表の作成と終身年金現在価額評価で成果をあげたが，その他にC. ホイヘンスがその確率論テキスト末尾に付した5つの問題 ― 17世紀後半から18世紀にかけて，多くの数学者がこの問題のより良い解を求めて競った ― に対して巧みな解を与えている[5)]。ケルセボームは，人口と年間出生数の安定的比率の推計とそれを利用した人口推計，生命表の作成と終身年金現在価額評価等を研究したが，その成果を載せた主著のタイトルを『政治算術』とした[6)]。即ちこの頃オランダでは，人口統計資料の作成と加工，各種人口指標間の安定的な比率･係数の探求，その比率･指標を「確率」として利用した問題解決策の提示等が，「政治算術」とされていた，とみなし得る。こう見てくると，別々に独自なコースを歩んで発展してきた政治算術と確率論（及び国状学）がケトレーによって統合された，とする統計学史観は，オランダの統計学史を見る限り否定されざるを得ない。

ところが19世紀前半，このケトレーと深い交流を持つ事になる数学者・統計学者がオランダに現れた。それはR. ロバトであるが，彼は1820年頃，未だオランダ王国国民であったケトレーと知己になり，彼の学識に傾倒し交流を深めた。ベルギーがオランダから分離独立した後も，ケトレーを深く尊敬して終生文通を続けている。しかし，統計学に関しては，彼はケトレーの「社会物理学」に同じる事なく，政治算術と確率論の統合を目指したオランダの統計学の一層の発展に努めようとした。そして，18世紀の終り頃からフランスで急速に発展した確率論を導入して，それをさらに精緻化し発展させたのである。本稿の目的は，このロバトの業績を見る事により，オランダ統計学史の特質をさらに解明するとともに，統計資料への確率論適用の問題を改めて検討しようとする所にある。

2．R. ロバトの生涯と業績

ⅰ）ロバトの生涯

1797年，ポルトガル系ユダヤ人の商人の子としてアムステルダムに生まれたロバトは，少年の頃から数学の才能で注目されていた，という[7)]。1811－12年にかけて，Amsterdam Athenaeumでスウィンデンの講義を聴講したが，卒業資格は取っていない[8)]。スウィンデンは彼の数学才能を絶賛したと伝えられており，ロバトはその推薦で王国内務省職員に採用された（1816年）。だがそれは数学教師を希望していたロバトには不満な下級官吏であった。

しかし，職務上度々出張したブリュッセルでケトレーと知り合い生涯の友人を得る事になる。これは彼にとって大きな幸運であった。彼は，ケトレーの研究生活の転機となったパリ出張の用件であるブリュッセル天文台建設計画について，政府情報をケトレーに知らせたりしている。また，ケトレーの『天文学入門』を蘭訳して刊行したりした。代りにケトレーは，Brussels Athenaeumでの講義のテキストにロバトが著した『代数学問題集』を使用したり，ロバトの数学教師の求職活動をサポートしたりしている。この頃両者は確率論の研究に接近するが，ロバトが当時のフランス最新の確率論を学ぶのはケトレーのフランス留学が契機であった，と考えられる。

一方，ロバトは内務省勤務のまま，中高等教育機関での数学教師のポストに何回も応募したが，受け容れられる事はなかった。彼がケトレーに「これはユダヤ系に対する偏見のせいだ」と不満を訴えた手紙が残されている。教職には就けなかったが，ロバトは1826年，内務省の度量衡監督官に任ぜられ，ようやく下級官吏の身分から抜け出せた。この頃からロバトにも少しずつ運が向き始めたようである。1834年には，フローニンヘン大学がロバトに数学・自然科学の名誉博士の学位授与を決めた。こうして彼にも大学教授に任ぜられる資格ができたのである。そして1842年，その頃デルフトに創設された王立アカデミーの教授に任ぜられ，彼のかねての夢が実現する。彼は1866年の死に至るまでこの教授職にとどまり，確率論を講義した。

ロバトの業績は，本稿で取り上げる終身年金等の現在価額評価方法，統計資料の誤差に関する数学的な偶然誤差理論だけではない。代数・微積分から関数論にいたる数学の教科書･問題集を多数著しているが，その中の『高等代数学講義』（1845）は，1921年の第9版まで繰り返し再版された，という。

ⅱ）『ロバト年鑑』の刊行

1826年，科学的知識や公的資料を掲載する「年鑑」を刊行するというロバトの提案が容れられ，国王の命令によって，ロバト編集による年鑑が政府機関から刊行される事になった。『王国年鑑（*Jaarboekje op last van Z.M. den Koning*）』であるが，これは一般に『ロバト年鑑』と呼ばれた。この年鑑の目的は，知識人を対象に一般的かつ有益な知識を提供する事，国が定期的に実施している種々の調査の結果を公表する事にあったが，後者の目的に沿って，人口動態資料を始めとする統計資料の定期刊行物となった。また年金現在価額評価や統計データの誤差に関するロバトの論文が載せられ，さらにマルサスの人口論やケトレーの「平均人」も紹介もされた。また1839－1849年にかけてオランダでの犯罪統計も掲載された。将に統計と統計学に関するオランダで最初の定期刊行物であった。

しかし19世紀半ば近くなると，『年鑑』への批判が出始めた。それは，収録される統計資料が人口関係に偏しており，農業，商工業，財政，植民地等の統計資料を欠く，といったものであった。この批判が官民間で広まってきた時，内務省は新たな「統計年報」刊行を計画し，その過程で『ロバト年鑑』での統計資料掲載の中止，さらにはロバトの年鑑編集

からの解任が図られる。こうして1826年に刊行され始めた『ロバト年鑑』は遂に1849年で終刊に至った。

『ロバト年鑑』終刊の背景には,「統計協会」(De Vereeniging voor de Statistiek) 成立 (1857年) の前哨となった「統計運動」があった。これは,ライデン大学法学部の教授・卒業生等が中心になり,40年代終り頃から始まった官庁統計の改善・普及を目指す社会運動であるが,『ロバト年鑑』の人口統計偏重批判はこの運動のメンバーから挙げられていたからである。オランダの官庁統計改善普及運動は,1850年を境にリーダーがロバトからフィッセリングに,その機関誌も『ロバト年鑑』から統計協会の「年報」に移った,と言われる所以である。その統計協会の「年報」のタイトルが『政治経済年鑑』であった事は,この転換の意義の一端を示している。

iii) ケトレーとロバト ― オランダ王国の中央集権化における ―

1648年,ネーデルランド北部7州はスペインからの独立を果たして分権的な連邦共和国を形成するが,1795年,フランス革命軍の侵入を機に,中央集権的なバタヴィア共和国となる。しかし間もなくナポレオンの帝国に併呑されるが (1810年),連合軍による解放後,オラニェ家のウイレムを国王に戴き,ネーデルランド南部 (現ベルギー) を併合したオランダ王国が成立する (1814年)。そこでは中央集権化が進められるが,その過程で国王ウイレムが英仏及びスペインを国状学的に比較した一書を読み,これと比較できるようなオランダに関する著作を求めた。そして側近の推薦でケトレーにそれを命ずる事になった。しかし,ケトレーが書き上げたものは農工業,通商等を欠いているとして,国王の満足する所とはならず,結局,ケトレーは自らそれをブリュッセルで出版する事になる (1827年)。ケトレーの数少ない国状学的著作は中央集権化を目指す国王の期待には応え得なかったが,彼はこれを比較可能な統計資料の不足によるものだとしている[9)]。

一方,中央集権化が進行すると全国規模の統計資料に対する要望が各方面から寄せられるようになった。その中で全国規模の人口センサス実施が企画され,1826年にはそのための統計委員会と統計局が設置された。そして1829年に第1回人口センサスを実施する事が決められた。この時,人口統計に対する政治算術的関心から人口センサス実施をかねてより願望していたロバトは,センサスの定期的実施を統計委員会に建議している。

第1回人口センサスは計画通り1829年に実施された。ところが翌年,ベルギーがフランス7月革命を一つの誘因にしてオランダ王国からの分離独立を宣言し,さらにドイツから貴族を招いてベルギー王国を建国する。そして,独立を認めないオランダとの間で9年に亘る紛争が続く事になった。第1回人口センサスの集計はこの混乱の中で行われる事になったが,その責任者となったのがロバトであり,彼はそれを成し遂げた。

オランダとベルギーとの断交の中でロバトとケトレーとの直接的交流は困難になったが,文通は継続された。だがやはり,ケトレーからの来信は相対的に少なくなって行ったようである。この傾向は,ケトレーが国際的に著名な統計学者になっていくに従いさらに進んだが,ロバトのケトレーに対する敬愛は終生変らなかった。

その一方で,ケトレーの社会物理学のロバトに対する影響は限定的であった。スタムホイスは書いている。「ロバトは,ケトレーが統計学を人間と社会に関わる科学の基礎・基本とみなす熱狂にはついて行けなかった。ロバトは一人の数学者に留まった。その統計学に対する関心においても。」[10)]事実,彼は,その『年鑑』の1839年から1849年の終刊迄,オランダにおける犯罪統計のデータを掲載し

たが，その解説でケトレー流の「平均人」にふれる事は遂になかったのである。

3．ロバトによる各種年金の現在価額評価

デ・ウィット，フッデに始まり，ストルイク，ケルセボームが発展させた終身年金の現在価額評価の理論と方法は，19世紀に入ってロバトにより継承された。彼は1820年代の数学教師の求職活動の一環として『代数学問題集』を著したが，さらにその数学的能力を終身年金等の現在価額評価問題に向け，そのテーマで2冊の著作を書いた。それが参考文献のLobatto（1830a），Lobatto（1830b）である。前者のメインタイトルは『生命保険会社の特質，収益，組織の考察』であるが，終身年金基金やサブタイトルにある寡婦年金基金（Weduwen-fondsen，後述の寡婦年金を運営する基金）を始め各種の年金基金には，生命保険企業よりも多くの頁数が充てられている[11)]。そして生命表を基にそれらの年金の現在価額の推計とその基金運営の持続可能性の検討が行われている。後者のLobatto（1830b）のテーマは，孤児年金基金（Weezen-fondsen）の現在価額評価と運営持続可能性である。本稿では，前者のLobatto（1830a）における生命表を用いた各種年金の現在価額評価の問題を取り上げる。

ロバトによれば，オランダには17世紀以降の終身年金研究の蓄積があるが，そこでのストルイク等の研究も寡婦年金に関しては不十分であり，現在はさらに年金に関する無知が広がっている，という[12)]。事実，18世紀末から19世紀にかけて乱立された寡婦年金（Weduwen pention，夫婦が年払いまたは一時払いで加入し，夫に先立たれた時に残された妻が一定額の年金を終身受給する）の基金の多くが支払いに行き詰って倒産している。適正な年金現在価額評価に基づかない低料金競争が行われた事によるものであった[13)]。ロバトはこの著作で寡婦年金及び終身年金（Lijf-renten，一般に一時払いで加入し翌年から一定額の年金を終身受給する）と結婚年金（Huwelijksrenten，夫婦が一時払いで加入し，結婚生活が継続している間一定額の年金を受給する）の現在価額を生命表に基づいて算出し，その比較を行っている。現在価額評価の方法はこれら3種類の年金に共通するが，それは終身年金の場合の方法が基本になっている。それは17世紀半ばにデ・ウィットが初めて用いた方法であり，ロバトもそれに従っているが，その方法を現代の記号で示すと次のようになる。

まず，共にk歳の夫婦の妻が年1f（florijn，通貨単位）受給の終身年金に加入するとする。利子率をrとすると加入からi年後に受給する1fの現在価額は$1/(1+r)^i$であり，加入時k歳からi年間生存する確率をp_{lWi}とすると，この終身年金の現在価額P_{lW}は次のようになる。

$$P_{lW}=\Sigma_i[p_{lWi}\cdot\{1/(1+r)^i\}] \tag{1}$$

このΣ_iは$i=1$から，女性生存者の最高年齢をm_W歳として$i=m_W-k$迄を加えるものとする。ここで確率p_{lWi}の代わりに，生命表でのi歳の女性の生存数をL_{Wi}として，k歳からそのi年後迄の生存率$L_{W(k+i)}/L_{Wk}$を用いる。即ち$p_{lWi}=L_{W(k+i)}/L_{Wk}$とすると，

$$P_{lW}=\Sigma_i[\{L_{W(k+i)}/L_{Wk}\}\cdot\{1/(1+r)^i\}] \tag{2}$$

となる。このΣ_iの範囲は(1)式の場合と同じものとする。

ロバトは寡婦年金と結婚年金に関しても，「確率」を「生存率」に置き換えてその現在価額を求める。まず結婚年金である。彼は，結婚生活の継続は夫婦いずれかの若しくは両者の死によってのみ断たれると限定し，また夫婦の死亡は相互に独立だと仮定する。そうすると，共にk歳の夫婦の結婚生活がi年間継続する確率p_{hi}は，夫と妻のそれぞれがi年間生存する確率の積になる。この確率を男女別生命表での生存率に置き換える。この生命表でのi歳の男女それぞれの生存数をL_{Mi}，L_{Wi}とすると，確率p_{hi}は，夫婦それぞれのi年

間の生存率の積

$$p_{hi} = (L_{M(k+i)}/L_{Mk}) \cdot (L_{W(k+i)}/L_{Wk})$$

で置き換えられる。この時，結婚年金の現在価額P_hは

$$P_h = \Sigma_i[\{(L_{M(k+i)}/L_{Mk}) \cdot (L_{W(k+i)}/L_{Wk})\} \cdot \{1/(1+r)^i\}] \quad (3)$$

となる。ここでΣ_iは，$i=1$から，男性の最高年齢をm_m歳として$i=m_m-k$迄を加えるものとする（$m_m \leqq m_w$とする）。

次に寡婦年金である。この年金に加入した共にk歳の夫婦において，その夫がi年後に死んで妻が寡婦になる確率p_{Wi}は，（夫婦の死亡の相互独立を仮定して）i年後に妻が生存している確率と夫が死亡する確率との積になる。これを生命表でのその期間の女性の生存率と男性の死亡率の積で置き換える。この時，寡婦年金の現在価額P_Wは次のようになる

$$P_W = \Sigma_i[\{1-(L_{M(k+i)}/L_{Mk})\} \cdot \{(L_{W(k+i)}/L_{Wk})\} \cdot \{1/(1+r)^i\}] \quad (4)$$

ここでΣは，男性の最高年齢m_mに対し，$i=1$から$i=m_m-k$迄を加えるものとする。

各年金の現在価額評価は以上の方式に従うとして，次の問題は確率の代用を果たす生命表である。ロバトが利用したのは，アムステルダムで1816－1825年の10年間に作成された生命表の平均から得られたものであった（表-1）。原表は出生数10,000人の生存数が1歳毎に示されているが，引用では5才以後を5才間隔にした。ロバトがとった方法の特色は，原表を男女それぞれ60歳の1,000人からスタートする生命表に組み替えて利用する所にあった。これは，一般に，終身年金，寡婦年金，結婚年金等に加入しようとするのは高齢者夫婦が多いと考えられるので，それに合わせて高齢者の生命表を利用して3者の年金を比較しようとしたためであろう。

ロバトは，共に60歳の一組の夫婦が，イ）妻が終身年金に加入した場合の妻の生存確率，ロ）結婚年金に加入した場合の結婚生活継続確率，ハ）寡婦年金に加入した場合に妻が寡婦になる確率，の3者の代理指標を，60歳基準に組み替えた生命表を基に求める。次の表はその過程の一部分を示したものである。この基礎指標と先の⑵，⑶，⑷の計算式を用い，受給年金額1f，利子率4％の前提で，ロバトは60歳夫婦の妻が加入する終身年金，夫婦で加入する結婚年金，寡婦年金の三者の現在価額を算出した。彼によるその結果は，妻の

表-1　アムステルダムにおける生命表

年齢	男	女	年齢	男	女	年齢	男	女
出生数	10,000	10,000	25歳	4,924	5,692	70歳	1,093	1,765
1歳	7,487	7,952	30	4,540	5,347	75	644	1,127
2	6,806	7,328	35	4,202	4,981	80	317	572
3	6,385	6,936	40	3,814	4,600	85	118	213
4	6,152	6,722	45	3,433	4,241	90	35	61
5	6,002	6,574	50	2,994	3,847	95	10	19
10	5,641	6,265	55	2,538	3,407	100	3	2
15	5,503	6,130	60	2,051	2,948	101	2	1
20	5,311	5,971	65	1,561	2,379	102	0	0

（注）アムステルダムにおける1816－1825年の資料に基づいてロバトが作成した。
（出所）Lobatto (1830a)　巻末付表。

表-2　各年金の現在価額評価のための基礎指標（一部分）

年齢（歳）	原表（人）		60歳基準表（人）		妻の生存確率	結婚生活継続確率	妻が寡婦になる確率
	男性	女性	男性	女性			
60	2051	2948	1000	1000	1.0	1.0	0
61	1953	2842	952	964	0.964	0.918	0.046
62	1854	2731	904	926	0.926	0.837	0.089
63	1755	2617	856	888	0.888	0.760	0.128
64	1658	2500	808	848	0.848	0.685	0.163
65	1561	2379	761	807	0.807	0.614	0.193

終身年金の現在価額が8.872f，結婚年金のそれが5.7617f, 寡婦年金のそれが3.1103fであった[14)]。即ち，

終身年金現在価額＝

結婚年金現在価額＋寡婦年金現在価額

となった。この等式は直観的にも理解可能であろうが，寡婦年金の(4)式は，

$$P_W = \Sigma_i[\{1-(L_{M(k+i)}/L_{Mk})\}\cdot\{(L_{W(k+i)}/L_{Wk})\}\cdot\{1/(1+r)^i\}]$$
$$= \Sigma_i[\{(L_{W(k+i)}/L_{Wk})\}\cdot\{1/(1+r)^i\}] - \Sigma_i[\{(L_{M(k+i)}/L_{Mk})\cdot(L_{W(k+i)}/L_{Wk})\}\cdot\{1/(1+r)^i\}]$$

となる。即ち，

$$P_W = P_{lW} - P_h$$

であり，従って

$$P_{lW} = P_h + P_W$$

となる。

以上が，各種年金の現在価額評価に関するロバトの業績の基本部分であるが，ここで利用された方法は，デ・ウィットに始まりストルイク，ケルセボームに継承された方法と基本的に変わっていない。終身年金に続いてオランダ社会に普及したその変種に対して，基本的方法を展開して適用した，と見る事ができよう。

4．ロバトの偶然誤差理論

ここ迄，ロバトによる各種年金の現在価額評価を見てきたが，彼は，年金基金や生命保険会社の持続可能な健全経営にとっての必要な条件として，この現在価額評価方法に加え，信頼できる生命表と長期的に利用可能な利子率とを考えていた[15)]。特に生命表に関しては，その著書Lobatto（1830a）の第Ⅲ章のタイトルを「生命表の作成について。各年齢での有り得るそして平均の余命の研究」として検討を加えている。ここでの「有り得るそして平均の余命」（waarschijnlijken en gemiddelden leeftijd）という表現の意味は，多数の生命表でのそれぞれの数値の平均から求めた，そして将来の予測に使えるような余命，である。事実，ロバトは1816年から1825年の10年に亘る期間の平均から得られた生命表を用いたが，これは18世紀のストルイクやケルセボームが単一年の生命表しか利用し得なかった事と比べると，大きな進歩であった。

そしてロバトは生命表に関しても，天体観測での誤差等と同じように，そこでの数値を多数集めて平均するとその真値に近づくと考えていた[16)]。こうしてロバトは生命表を通して，ガウス，ラプラスらによって確立された偶然誤差理論に接近して行く。但し主として依拠したのは，両者に遅れて理論の簡潔化平易化を進めたポヮソンの業績であった。

偶然誤差理論に関して彼は，Lobatto（1829），Lobatto（1860）の二論文を書いている。前者

で彼は，観測値には誤差が含まれており観測を重ねるとバラツキが表れる事，しかし多数の観測値の算術平均を求め，それから（所謂分散に近い）ある指標を計算するとそのバラツキの幅の尺度が得られる事を，掲載誌の『ロバト年鑑』の性格に合わせて一般読者を対象に述べている。だから，本稿ではLobatto（1860）の基本部分を取り上げたい[17)]。

この論文で彼は，次のような段階をとりつつ，その偶然誤差理論を展開した。それは，離散的な根源誤差の和として誤差を捉える方法から始めて，連続な変数に与えられる連続な誤差関数へ進もうとするものである。

イ）S回繰り返される観測で，偶然誤差を含む観測値を（$F_1, F_2, \cdots, F_S$）とし，実際に観測された値を（$f_1, f_2, \cdots, f_S$）とする。（$f_1, f_2, \cdots, f_S$）のそれぞれの値は，（$-iw, -(i-1)w, \cdots, -w, 0, w, \cdots, (i-1)w, iw$）の異なる大きさを持つ$2i+1$個の根源誤差のいずれかを等確率でとったもの，とする。即ち$P(F_j=f_j)=1/(2i+1)$である。従ってS回の観測の和を$F(F=F_1+F_2+\cdots+F_S)$とすると，Fがある実測値$f(f=f_1+f_2+\cdots+f_S)$をとる確率$P(F=f)$は$1/(2i+1)^S$となる。

ここでS回の観測値の和fが，あるmに対して$f=mw$となる確率$P(F=mw)$を求める。まず$(t^{-iw}+t^{-(i-1)w}+\cdots+t^0+\cdots+t^{iw})^S$という式を展開する。そこでの$t^{mw}$の項の係数をNとすると，Nは，$2i+1$個の根源誤差からS個を復元抽出した時，それらの大きさの和がmwになる場合の数である。従って$P(F=mw)=N/(2i+1)^S$となる。また，このtの多項式にt^{-mw}を掛けた時の定数項の値はNである。

ロ）次に観測F_jにおいて$2i+1$個の根源誤差のいずれかをとる確率が異なっている場合である。ロバトは，根源誤差のそれぞれにY_k $(k=-i, \cdots, i)$を与えて，$\Sigma_k Y_k$に対する$Y_p/\Sigma_k Y_k=y_p$を求める（$-i \leqq p \leqq i$）。そして，このy_pを$f_j=pw$となる確率とみなす。この時，S回の観測における観測値の和Fがmwとなる確率$P(F=mw)$は，$(y_{-i}t^{-iw}+y_{-(i-1)}t^{-(i-1)w}+\cdots+y_0t^0+\cdots+y_it^{iw})^S$を展開した時の$t^{mw}$の項の係数である。このtの多項式に$t^{-mw}$を掛けた式を$A(t)$とすると$A(t)=t^{-mw}(\Sigma_p y_p t^{pw})^S$の定数項の値が$P(F=mw)$となる。

ロバトはこの$P(F=mw)$を容易に得る方法を求めて，$A(t)$のtに$e^{\Phi i/W}$を代入する。その時$A(t)$はΦの複素関数$e^{-m\Phi i}(\Sigma_p y_p e^{p\Phi i})^S$に変換される。これは$e^{-k\Phi i}$（kは整数）の項の和の形をとるが，オイラーの公式$e^{i\theta}=\cos\theta+i\sin\theta$を用いて展開すると，$e^{-k\Phi i}$の$-\pi$から$\pi$迄の積分が$k\neq0$の時にゼロになり，$k=0$で$2\pi$になる事が知られている。この残される$k=0$の項は$t^0$の項と合致するので，次式から$P(F=mw)$が得られる（積分範囲は$-\pi$から$\pi$）。

$$P(F=mw)=(1/2\pi)\int\{e^{-m\Phi i}(\Sigma_p y_p e^{p\Phi i})^S\}d\Phi$$

ハ）ロバトは，連続な実数をとる偶然誤差の誤差法則を求める準備として，Fがuwとu´wの間を取る確率$W_1=P(uw \leqq F \leqq u'w)$を求める。Σはmに関してuからu´迄加えるものとすると，W_1は次にようになる。

$$W_1=(1/2\pi)\int[\Sigma_m e^{-m\Phi i}(\Sigma_p y_p e^{p\Phi i})^S]d\Phi \qquad (5)$$

ここで，個々の観測F_jが取りうる範囲を$-a \leqq F_j \leqq a$とし，根源誤差のwをゼロに近づける。同時にその数を無限に増加させ，連続な直線に近づける。この時F_jが連続な直線上で$x \leqq (F_j=pw) \leqq xdx$となる確率密度をydxとする。また，Φを$\alpha=\Phi/W$でαに変換し$pw=x$とすると，(5)式の（$\Sigma_p y_p e^{p\Phi i}$）の部分は次式のようになる（積分範囲は$-a$からa)。

$$\Sigma_p y_p e^{p\Phi i}=\int ye^{\alpha xi}dx$$

ここで誤差は連続になったとして，Fのとる範囲（$uw \leqq F \leqq uw$）を，ある実数bとcに対する（$b-c \leqq F \leqq b+c$）で置き換える（但し，cは変数とする）。また，(5)式の$\Sigma_m e^{-m\Phi i}$の部分を少々複雑な展開をへて次式に変換する（積分の範囲は$-\infty$から∞）。

$$\Sigma_m e^{-m\Phi i}=\int[e^{-b\alpha i}\{(\sin c\alpha)/\alpha\}]d\alpha$$

これらを(5)式に代入したものをW_2とする。

$$W_2=(1/\pi)\int[e^{-b\alpha i}\{(\sin c\alpha)/\alpha\}$$

$$\{(\int y e^{\alpha x i} dx)^S\}] d\alpha \quad (6)$$

ここで，この誤差分布W_2はその指数部分に関して対称だとすると，次のように変換される。

$$= (1/\pi)\int[(\cos b\alpha)\{(\sin c\alpha)/\alpha\}\{(\int y \cos \alpha x dx)^S\}] d\alpha \quad (7)$$

これが離散的な根源誤差から展開された連続な偶然誤差法則であるが，そこでの要素的な確率密度ydxにはまだその具体的な式が与えられていない。そこでロバトは「我々はこの最後の式を，偶然誤差があらゆる可能な値をとり得る場合に適用していく。そしてそこでの確率法則をよく知られた次の関数で表す。」[18]として次の式を示す（hは観察の正確度を表す）。

$$y = (h/\sqrt{\pi})\exp\{-h^2x^2\}$$

この所謂誤差曲線yと（$(\sin c\alpha)/\alpha = \int \cos c\alpha dc$）（積分範囲は0からc）を(7)式に代入したものをW_3とすると

$$W_3 = (1/\pi)\iint[\exp\{\alpha^2 s/4h^2\}\{\cos b\alpha \cos c\alpha\}] dc d\alpha \quad (8)$$

となる（積分範囲は$-\infty$から∞及び0からc）。ここでロバトは，ポヮソンに習って次のラプラスの公式

$$\int \exp\{-x^2\}\cos ax dx = \sqrt{\pi}\exp\{-a^2/4\}$$

を用いて変換する[19]。その時連続な偶然誤差の誤差分布W_4は，

$$W_4 = (h/\sqrt{\pi s})\int \exp\{-(b+c)^2h^2/s\} dc \quad (9)$$

となる。こうしてロバトは，(9)式の$-c$から$+c$迄の積分は，S回の観測での観測値の和Fが$b-c$と$b+c$との間にある確率$P(b-c \leqq F \leqq b+c)$となる事を示したのである。ところで(9)式を$(b+c)/\sqrt{s} = x$で変数変換すると，

$$W_4 = (h/\sqrt{\pi})\int \exp\{-h^2x^2\} dx$$

となる。従ってロバトは，連続なS個の観測値の和がある範囲内に入る確率を正規分布と基本的に同形である誤差曲線で示した事になる[20]。

以上が，ロバトの偶然誤差理論の基本であるが，そこでは，離散的な根源誤差の和から始め，連続的な偶然誤差に与えられる誤差曲線に至る展開が進められている。しかし，彼は最後のハ）の段階の基本部分でポヮソンが取った方法に依拠した。また，そこでの要素的な確率密度ydxを正規分布と同形である誤差曲線としたが，これは証明すべき命題を証明の過程に忍び込ませた，と見る事ができる。従って，ロバトの偶然誤差理論の評価は次の点にあると考えられる。即ち彼が，生命表は調査誤差を持っているが故にその利用はこの誤差の確率的評価を基礎において進められねばならない，としていた点である。彼は，その延長上に現代の標本調査による区間推定の如きものを生命表に求めていた。しかしそこでは，調査誤差が全て偶然誤差だとする前提が必要である。

５．小括と残された課題

以上，ロバトの生涯と業績，特に各種年金の現在価額評価及び偶然誤差理論の業績を概観してきた。それは，統計資料としての生命表の綿密な検討に始まり，政治算術と確率論の方法論的統合を図ろうとするもの，そしてそれを18世紀末以来特にフランスで発展した新しい確率論を踏まえて進めようとするものでもあった。

このロバトの業績を17世紀半ば以来のオランダ統計学の伝統から見ると，その流れに棹差すものであった，と言えよう。そこでは，まず人口変動に関わる政策的問題が課題として取り上げられる。そして複雑な人口集団現象の中に何らかの秩序を見出し，それを利用しつつ課題への解決策を提示しようとするものであった。課題が主として人口現象に求められたのは，そこで中長期的に利用可能な統計的規則性が得られ易かったからであろう。事実，18世紀初頭のヤコブ・ベルヌーイ以来，確率論を研究した多くの数学者がその適用分野として注目したのは人口現象であった。オランダ統計学の伝統はこの流れとも交わるも

のであった。

一方，18世紀後半このオランダにドイツ国状学が流入してくる。そして19世紀に入るとライデン大学を始めとする各大学の法学部で官僚養成目的の主要科目になっていった。しかし，ドイツでは国状学としての統計学を学んだ卒業生が領邦国家の官僚として受け容れられて行ったのに対し，19世紀初頭中央集権的な王国となったオランダでは，単なる行政官僚としての需要はそう多くなかった。大学法学部での研究教育やその卒業生の知識で求められるものの中では，むしろ国家の産業・通商等の経済政策のウエイトが高かった。それも，かつて通商国家として栄えたオランダの歴史を踏まえた経済政策である。19世紀後半のドイツでは，国状学がその理論的基盤の薄弱さに対する批判の中で行き詰まり，代わって歴史学派経済学との結び付が強い社会統計学が成立して行ったのに対し，国状学が流入した後のオランダでは，その統計学の理論的政策的基礎を求めてPolitical Economyとしての英国経済学に接近して行く事になるのはこの事による，と考えてよいであろう。

その象徴的な出来事は，1850年にライデン大学法学部教授に任命されたフィッセリングが行った教授就任講演である。そのテーマは，「経済学の基本原理としての自由について」であった[21)]。次の課題は，19世紀後半のオランダで国状学と英国のPolitical Economyとが交わり併進していく過程をフィッセリングの業績と合わせて明らかにして行く事である。

謝　辞

本稿執筆にあたり，上藤一郎教授（静岡大学），金子治平教授（神戸大学），大屋幸輔教授（大阪大学），荒山裕行教授（名古屋大学），尹春志教授（西南学院大学）から文献収集で多大なご尽力を頂いた。記して心からの謝意を表したい。

注

1）この「仮説」については，吉田（1974）25頁参照。自画自悔である。
2）吉田（2005）．参照。
3）吉田（1999）．14-19頁。
4）吉田（2006b）．328-41頁。
5）吉田（2008）．参照。
6）吉田（2009）．参照。
7）以下，ロバトの生涯については，主としてStamhuis（1989）．2.1-2.4によった。
8）アムステルダム市立の高等教育機関で，1876年に大学に昇格した。なおSwindenは，1795年のアムステルダム市人口調査を指導した数学者・統計学者で，後に，都市・農村の死亡率格差でライデン大学のKluit教授と論争して屈服させた，という。
9）Klep & Stamhuis（2002）. p.112. なおこのケトレーの著作のタイトルは次の通りである。*Recherches sur la population, les naissances, le décès, les prisons, les dépôts de mendicité, etc. dans le royaume des Pays Bass*（Brussels）.
10）Stamhuis（1989）. p.77.
11）ロバトは，「生命保険企業」のタイトルを持つこの著作刊行後の1832年に，政府の生命保険業指導の顧問に任命され，続いてオランダ生命保険業協会の顧問になっている。
12）Lobatto（1830a）. Voorberigt, iv.
13）Stamhuis（1989）. p.103.
14）Lobatto（1830a）. pp.69-89. 原文では寡婦年金の現在価額が3.1003fとなっているが，続けて「年金額が100fの時は311.03fになる」とある事から，3.1103の誤植と思われる。
15）Stamhuis（1989）. p.104.

16）ditto. pp.116-119.
17）Lobatto（1860）. pp.97-106.
18）ditto. p.103.
19）ditto. pp.104-105. ロバトが依拠したポァソンの偶然誤差理論は，Poisson（1837）. pp.254-276にあるが，Hald（1998）. pp.317-327に平易で詳しい説明がある。但しポァソンは，連続な誤差から始めている。
20）ditto. pp.105-106.
21）Vissering（1850）.

参考文献

［1］ Hald, A.（1998）. *A History of Mathematical Statistics from 1750 to 1930*. New York.
［2］ Klep, P.M. & Stamhuis, I.H.（2002）. *The Statistical Mind in a Pre-Statistical Era: The Netherlands 1750-1850*. Amsterdam.
［3］ Lobatto, R.（1830a）. *Beschouwing van den aard, de voordeelen, en de inrigting der maatschappijen van levensverzekering; bevattende tevens eene verklaring der ware gronden van berekening, tot het ontwerpen van duurzame weduwenfondsen, bijzonderlijk opgesteld ten dienste der ongeoefende in de wiskunde*. Amsterdam.
［4］ Lobatto, R.（1830b）. *Over de inrigting en berekening van duurzame weezen-fondsen, bijzonderlijk opgesteld ten dienste der ongeoefenden in de wiskunde*. Amsterdam
［5］ Lobatto, R.（1829）. Over het bepalen der gemiddelde uitkomsten van een groot aantal waarnemingen, *Jaarboekje op last van Z.M. den Koning, 1829*.
［6］ Lobatto, R.（1860）. Over de waarschijnlijkheid van gemiddelde uitkomsten uit een groot aantal waarnemingen, *Archief uitgegeven door het Wiskundig Genootschap onder de zinspreuk' Een onvermoeide arbeid komt alles te boven* 'Ⅱ.
［7］ Poisson, S.D.（1837）. *Recherches sur la probabilité des jugements en matière criminelle et en matière civile*. Paris
［8］ Stamhuis, I.H.（1989）. *'Cijfers Aequaties' en 'Kennis der Staatskrachten', Statistiek in Nederland in de negentiende eeuw*. Amsterdam.
［9］ Vissering, S.（1850）. Over vrijheid, het grondbeginsel der staathuishoudkunde, *Verzamelde Geschriften van Mr. S. Vissering. Tweede Bundet*. Leiden. 1889
［10］ 吉田　忠（1974）.『統計学 ― 思想史的接近による序説 ―』，同文館出版.
［11］ 吉田　忠（1999）.「17世紀後半オランダにおける人口統計と確率論の交錯 ― C. ホイヘンスの「チャンスの価格」とデ・ウィット「終身年金の現在価額」について ―」，長屋・金子・上藤編著『統計と統計理論の社会的形成』，北大図書刊行会.
［12］ 吉田　忠（2005）.「C. ホイヘンス『運まかせゲームの計算』について」, 経済統計学会『統計学』第88号.
［13］ 吉田　忠（2006a）.「17世紀後半のオランダにおけるフランス確率論の展開 ― パスカル＝フェルマーからホイヘンス，フッデへ ―」，『京都橘大学研究紀要』第32号.
［14］ 吉田　忠（2006b）.「17世紀オランダにおける終身年金現在価額の評価問題 ―「チャンスの価格」と「生命表」の利用をめぐって ―」，『追手門経済論集』第41巻第1号.
［15］ 吉田　忠（2008）.「18世紀前半のオランダにおける確率論と統計利用の展開 ― N. ストルイクを中心に ―」，経済統計学会『統計学』第94号.
［16］ 吉田　忠（2009）.「18世紀オランダの人口統計 ― ハレーからケルセボームへ ―」，経済統計学会『統計学』第96号.

Integrated Development of Political Arithmetic and Probability Theory in the Netherlands in the 19th century, focusing on R. Lobatto.

Tadashi YOSHIDA

(Emeritus Professor of Kyoto University)

Summary

Political Arithmetic which came into existence in the early 1660s in England, spread presently to the Netherlands. De Witt evaluated value of life annuities, utilizing life-table and 'value of chance' of Huygens. Dutch Political Arithmetic had a characteristics of integration of Political Arithmetic and probability theory. This tradition was succeeded by Lobatto, in the 19th century. He became acquainted with Quetelet in his youth, and respected Quetelet deeply, but he never intended to follow Quetelet's theory of social physics. First, he improved the evaluation method of life annuities and applied it to the evaluation of actual values of life-, marriage-, and widow-annuities, utilizing the life-table made of an average of 10 years data. Second, he sought to formulate probability distribution of random error which were included in the statistical data like life-table. He developed an integral formula, a kind of normal distribution, giving the probability with which the sum of continuos random error covered some width. But he depended greatly on the works of of Poisson, and he introduced a kind of normal distribution as a premise for the proof. Never-the-less, he certainly integrated population statistics and probability theory. He was the last successor of the Dutch tradition of statistics.

Key Words

Lobatto, Quetelet, Lifetable, Evaluation of annuities, Theory of random error